

3.4. Themenblock „Umströmte Körper“

	Schritte	Materialien
1.	<p>Leonardo da Vinci als Strömungs-forscher</p> <ul style="list-style-type: none"> Phänomenologische Beschreibung von Strömungen 	<p>Drucke von Bildern und Entwürfen Leonardo da Vincis</p>
2.	<p>Von laminarer zu turbulenter Strömung beim umströmten Zylinder</p> <ul style="list-style-type: none"> Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung Die Kármánsche Wirbelstraße Wie entstehen die Wirbel auf der Zylinderrückseite? Kármánsche Wirbelstraße im Alltag Die Strouhalzahl Fische nützen Wirbelstraßen 	<p>Versuch „laminar bis turbulent“: 2 möglichst große Glasschalen, Korkmehl (Phywe) oder Lycopodium, Glycerin, zylindrischer Körper (z.B. Bleistift)</p> <p>Versuch „Wirbelstraße“: Wanne mit flachem Boden (ca. 1m Länge), Lycopodiumpulver (Phywe oder Leybold) oder Mehl, 1-2 Liter 85%-iges Glycerin (ca. 15.-DM/Liter in der Apotheke), Zeitungspapier, Trichter</p> <p>Film „Kármán Vortex Streets in the Wake of Madeira“, Meteosat imagery, leihbar bei ZEAM; Freie Universität Berlin, Malteserstr. 74-100, Berlin, Bestellnr.: SIMPLE 33 (7 min)</p> <p>Film „Tacoma Narrows Bridge Collapse, Brücke im Wind“, leihbar beim Institut für den wissenschaftlichen Film IWF, Nonnenstieg 72, 37075 Göttingen, Bestellnr. W98 (5 min)</p> <p>Film „Vortices“, de Gruyter Nr. 21 (3 min)</p> <p>Demonstration „Pendel“: Fadenpendel</p> <p>Demonstration „Hiebton“: Rute</p>
3.	<p>Der Strömungswiderstand</p> <ul style="list-style-type: none"> Vorversuche Messung des Strömungswiderstands Der Widerstandsbeiwert Ergänzungen Renn- und Liegeräder Das Polardiagramm 	<p>Vorversuch „Hand im Wind“: regelbarer Fön, Windkanal</p> <p>Vorversuch „Strömungsformen hinter verschiedenen Körpern“: Kugel, Platte, Stromlinienkörper gleicher Anströmfläche, Wanne, evtl. Glycerin</p>

	Schritte	Materialien
		<p>Versuch „Messung des Widerstandsbeiwerts“: Zweikomponentenwaage (zwei Federkraftmesser, Waagebalken, Gewicht), Körper verschiedener Formen (z.B. Kugel, Halbkugel, Tragflügel) Windkanal, Windgeschwindigkeitsmesser, Wollfäden</p> <p>Versuch „Polardiagramm“: siehe Versuch „Messung des Widerstandsbeiwerts“</p>

3.4.1 Leonardo da Vinci als Strömungsforscher

VORBEMERKUNGEN

Die turbulente Strömung ist ein Naturphänomen, das mathematisch kompliziert und bis heute noch nicht gänzlich geklärt ist. Aber gerade, weil es keine mathematisch gut zugängliche Erklärung gibt, ist man gezwungen, das Phänomen mit anderen Mitteln genau und anschaulich zu beschreiben. Wie informativ und ästhetisch eine solche Beschreibung aussehen kann, zeigt bereits Leonardo da Vinci. Er hatte die Fähigkeit, Strukturen zu sehen, eine Fähigkeit, die heute in der Physik, besonders in der nichtlinearen Dynamik, wieder gefragt ist, wenn es darum geht, Gemeinsamkeiten in völlig verschiedenen Phänomenen zu entdecken.

In seinem Buch „Naturphänomene sehen und verstehen“ (WAGENSCHN 1980, 97) stellt Wagenschein das Sehen eines Phänomens an den Anfang des Verstehens. Erst der Umgang mit Phänomenen schafft den Zugang zur Physik. Apparaturen, Fachsprache, Mathematisierung und Modellbildung sollten erst dann herangezogen werden, wenn es das Phänomen fordert.

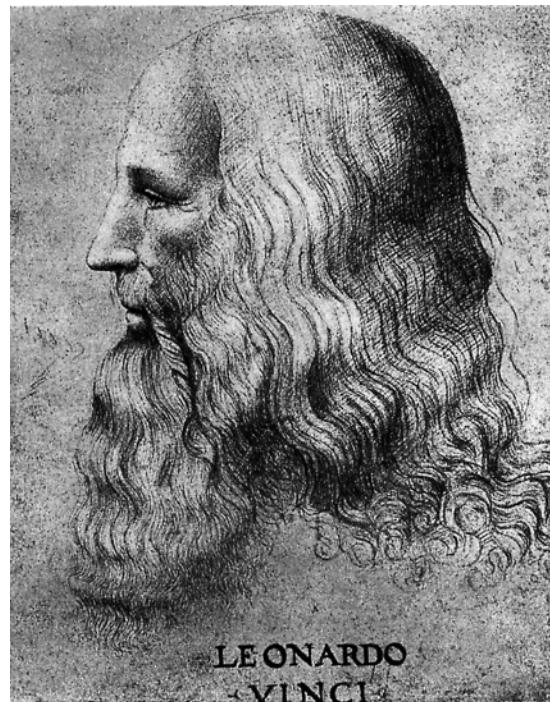


Abb. 4.1: Leonardo da Vinci, 1452 - 1519 (PIANTANIDA 1955).

LEHR- UND LERNZIELE

Die Schülerinnen, Schüler und Studierenden sollen

- sich von Leonardo da Vinci dazu „verführen“ lassen, zur physikalischen Sichtweise, die komplementäre künstlerisch-analytische Sichtweise hinzuzufügen.
- versuchen, die Natur des strömenden, wirbelnden Wassers mit ihren eigenen Mitteln und Begabungen festzuhalten und zu beschreiben. Dies kann durch Zeichnungen und verbale Beschreibungen geschehen, oder auch mit Hilfe von Fotografien, Videos, Tonbandaufnahmen, Plastiken usw.
- Leonardo in eigenen Recherchen als Universalgelehrten und als Vorbild unkonventionellen Denkens kennenlernen.

AUSFÜHRUNG

„La Gioconda“ (die „Mona Lisa“) und „Das Abendmahl“ sind wohl die populärsten Werke des Malers Leonardo da Vinci, der von 1452 bis 1519 lebte.

Leonardos Werk beschränkt sich nicht auf die Malerei, sondern er gilt auch als ideenreicher Erfinder technischen Geräts, wie Flugobjekte, Taucherausrüstungen, Brunnenbohrmaschinen, Kriegsgerät und als Zeichner detaillierter Anatomiestudien. So ist die Studie „Kanon der Proportionen“ noch heute ein Vorzeigebispiel für die Vereinbarkeit von Mathematik, Anatomie und Kunst.

Leonardos Werk bietet eine wahre Fundgrube für den naturwissenschaftlichen Unterricht (PIANTANIDA 1955).

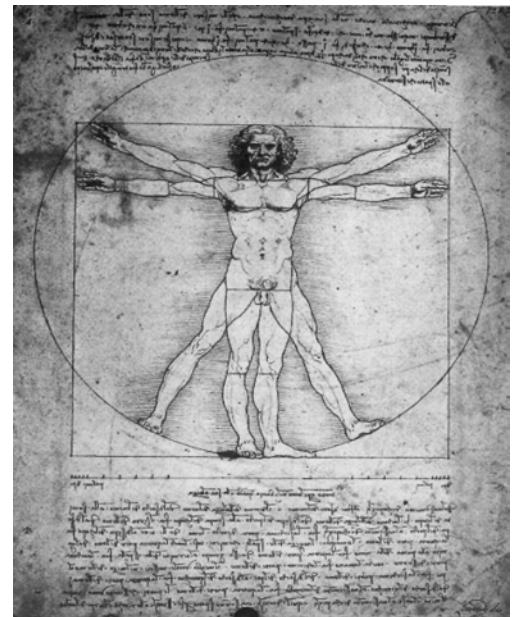


Abb. 4.2: *Kanon der Proportionen* (PIANTANIDA 1955).

1995 fand in Speyer eine Ausstellung seiner Skizzen, Entwürfe und vieler nachgebauter Modelle statt. Im technischen Museum in Mailand existiert eine feste Abteilung, in der ebenfalls technische Entwürfe und nachgebaute Modelle zu finden sind.

Leonardos Schicksal war, daß Zeitgenossen sein Genie nicht erkannten. Aufgrund seiner systematischen Denkweise war er der Zeit weit voraus, daher konnten wahrscheinlich viele seiner Zeitgenossen Leonardos Entwürfe nicht nachvollziehen, geschweige denn umsetzen. Aus diesem Grund wurden nur wenige seiner Projekte realisiert, obwohl er sehr für sie warb.

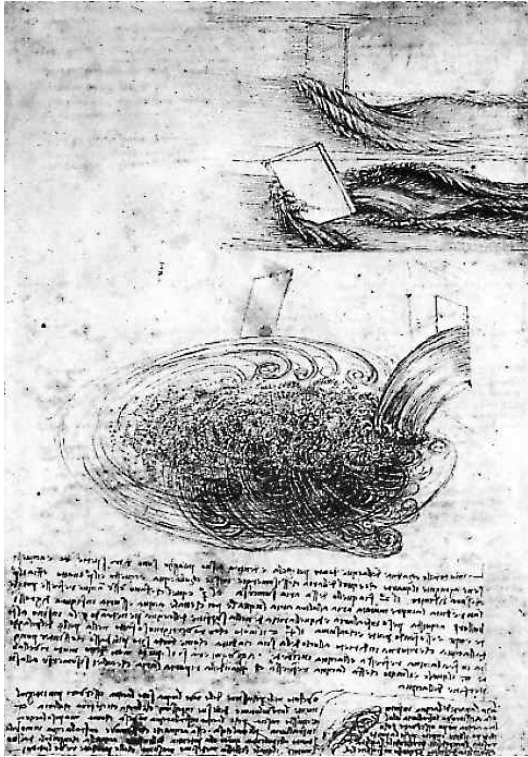


Abb. 4.3 (SUKALE 1987, Nr. 81)

von Luft- und Wasserströmungen.

Abbildung 4.3 zeigt eine aus einer Öffnung strömende Flüssigkeit. Die Wasserbewegung ist äußerst plastisch wiedergegeben:

Der Betrachter sieht nicht nur die Wasseroberfläche, sondern auch die Wirbel in der Tiefe. Das ganze Wirbelgebiet ist eingefasst von einer einzigen großzügigen Bewegung. Die Zeichnung wirkt fast übergenu, dabei wird deutlich, daß Leonardo eine Möglichkeit suchte, die wilden, unüberschaubaren Bewegungen zu systematisieren, indem er immer wiederkehrende Bewegungsformen einfängt.

Auch in dem zum Bild gehörenden Text versuchte Leonardo, die beobachteten Bewegungen zu erfassen und wiederum zu systematisieren.

Offensichtlich fiel ihm die verbale Beschreibung wesentlich schwerer als die visuelle. Jeder, der einmal versucht, die Vielgestaltigkeit der Bewegungen in einem Wasserstrudel, einem Bach, Fluß oder Brandung genau zu beschreiben, wird merken, daß er schnell an die Grenzen seiner verbalen Ausdrucksfähigkeit stößt.

Der Text unter Leonardos Skizze (Abbildung 4.3) lautet:

„Es gibt drei Bewegungen beim Einfließen des Wassers in das Becken und eine vierte kommt noch hinzu, die der Luft, die im Wasser untergeht. Diese Bewegung ist die erste und soll deshalb als erstes definiert werden. Die zweite ist die der zusammengedrückten Luft, die dritte bringt die zusammengepreßte Luft wieder zur anderen Luft, wobei das Wasser in Form von Blasen gehoben wird, um somit Schwere in der Luft zu haben, so daß es von der Wasserober-

1482 ging Leonardo an den Hof der Sforza in Mailand. Dort wurde unter seiner Verantwortung mit dem Bau eines Kanalsystems, stolz die „Sforzesca“ genannt, begonnen.

Leonardo entwarf zu diesem Zweck verschiedene Hilfsmittel und Geräte, wie schwimmende Bagger, Wasserräder, Schleusentore und fahrbare Brücken. Im Rahmen dieser Entwürfe und Wartungsarbeiten an den Kanälen, Schleusen und Brücken entstanden viele Studien zu der Bewegung des Wassers.

Den Lebensabend verbrachte Leonardo in Frankreich. Seine Skizzen und auch die Darstellung der „Mona Lisa“, die jetzt noch im Louvre hängt, nahm er mit. In Frankreich arbeitete er u.a. an der sog. „Sintflutserie“, die seine Version des Weltuntergangs wiedergibt. In Rahmen dieser Serie entstanden unter anderem detaillierte Studien

fläche bis zum Grund hinunterfällt, den es berührt. Die vierte Bewegung ist das Kräuseln auf der Wasseroberfläche des Wassers, das von seinem Hinunterfall auftaucht, wobei hier die engste Stelle ist zwischen dem zurückgestoßenen und abprallenden Wasser. Eine fünfte Bewegung wird hinzukommen und diese wird Quellbewegung genannt, welche die Bewegung ist, die vom zurückgestoßenen Wasser erzeugt wird beim Zurückbringen der hinuntergedrückten Luft an die Wasseroberfläche.“ (SUKALE 1987, 88)



Abb. 4.4 (SUKALE 1987, Nr. 80)

Leonardo verwendete einfache Hilfsmittel, um die Bewegung von Strömungen systematisch zu untersuchen: Abbildung 4.4 zeigt die Umströmung von Holzbrettern, die in einen Bachlauf als Hindernisse gestellt wurden. Auch färbte er das Wasser mit Farbstoffen und Hirsesamen an, um die Bewegung einzelner Flüssigkeitselemente besser beobachten zu können. Er erklärte: „Und durch dieses Experiment wirst Du in der Lage sein, viele schöne Bewegungen zu erforschen, die entstehen, wenn ein Element ein anderes durchdringt.“ (SUKALE 1987, 88)

Diese Methode wird heute noch angewendet. Um die Bewegung einer Strömung sichtbar zu machen, wird Lycopodium in die Flüssigkeit gestreut.

Im Text am Rand seiner Skizze (Abbildung 4.4) analysiert er die beobachteten Bewegungen:

„Beobachte die Bewegung an der Oberfläche des Wassers, die der von Haar gleicht, welches zwei Bewegungsarten hat; eine hängt vom Gewicht des Haares ab; die andere von der Richtung der Locken; so bildet das Wasser strudelnde Wirbel, von denen ein Teil durch den Impuls der Hauptströmung verursacht wird, und der andere durch die Nebenströmungen und den Rückfluß.“ (SUKALE 1987, 87)

Mit „Rückfluß“ oder „Rückbewegung“ bezeichnet Leonardo die Strömung entgegen der Hauptströmungsrichtung. Zur Beschreibung der Wasserbewegung hinter dem umströmten Hindernis sucht Leonardo Analogien, d.h. vergleichbare, einfacher zu verstehende Phänomene. Die in diesem Bild gewählte Analogie stammt interessanterweise aus einem ganz anderen Bereich, nämlich dem Fall von Haarlocken.

Strukturelle Ähnlichkeiten von Naturerscheinungen, die auf den ersten Blick keine Gemeinsamkeiten besitzen, regen heute wieder Wissenschaftler an, sich mit interdisziplinären Arbeitsgebieten zu beschäftigen.

Bei genauer Betrachtung verschiedener von Leonardo gezeichneter Portraits, wie dem Selbstportrait in Abbildung 4.1, erinnern die Haare der dargestellten Personen an Wasserwirbel. D.h. Leonardo zeichnete nicht nur Wasserwirbel in Analogie zu Haaren, sondern auch Haare in Form verwirbelter Strömungen.



Abb. 4.5 (SUKALE 1987, Nr.87)

Dieses Blatt (Abbildung 4.5) stammt nicht von Leonardo selbst, sondern von seinem Schüler Melzi. Auf der linken Bildseite ist ein Fels erkennbar aus dessen Spalte Rauch und Flammen entweichen. Die rechte Seite zeigt einen entwurzelten Baum. Diese Darstellung ist ein weiteres Beispiel für die Idee Leonardos, zur Erklärung sehr komplexer Phänomene vergleichbare Strukturen in völlig verschiedenen Gegenstandsbereichen zu suchen. Deutlich wird hier auf die strukturelle Ähnlichkeit von Feuer und Wurzeln hingewiesen.

Die Arbeiten von Leonardo zeigen, daß er sich lange mit der Komplexität und der Schönheit dieser Naturphänomene, besonders mit der Strömung des Wassers, auseinandergesetzt hat. Für ihn war die Materie, wie auch die antike Physik des Empedokles lehrte, aus vier Elementen aufgebaut: Dem Wasser, der Luft, der Erde und dem Feuer. In allen vier Elementen sind Strömungsphänomene beobachtbar.

Ergänzung: Ein besonders schöne Beschreibung von Wasserströmungen stammt von dem Pädagogen Hugo Kükelhaus (1900 - 1984), der in seinem Buch „Hören und Sehen in Tätigkeit“ schreibt:

„Wir sitzen am Ufer eines schnell dahinfließenden Wassers, einem Bach, einem Tobel. Stehen auf einer Brücke und schauen hinunter. Wir verweilen nach einem Regen bei einem Rinnstein und verfolgen den Verlauf besonders ausgeprägter Strömungsformen. Es freut uns, wenn wir gewisse Regeln in dem Fließen entdeckt haben. Dort liegen einige Steinchen. In der Nähe biegt sich die Strömungsrichtung um. Das Wasser zieht wirbelnd in die Gegenrichtung, es bildet Oberflächenstrudel, ehe es wieder in die allgemeine Richtung einlenkt. Wie hier im Kleinen, so auch im Großen, wenn wir von der Brücke aus die Strömungsformen unten betrachten. Es gibt Formen in dem Geströme, verharrend und fest wie aus poliertem Stahl, während die Wassermassen unentwegt durch dieses Bleibende hindurchschießen.“

Sehr seltsam: Die Form verharrt. Dort an dem Felsblock ist ein Schwall. Seine Grundform ändert sich gar nicht, nur daß er sich wie atmend hebt und senkt und leicht hin und her taumelt. Aber die Wasser, die ihn bilden, stürzen hindurch. Das schnelle Schießen und die ruhig atmende Form scheinen eins zu sein.“ (KÜKELHAUS 1990, 13)

3.4.2 Von laminarer zu turbulenter Strömung beim umströmten Zylinder Die Kármánsche Wirbelstraße

VORBEMERKUNGEN

Am Anfang dieses Themenblocks wird der schrittweise Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung bei der Umströmung eines Körpers anhand einfacher Freihandversuche gezeigt. Wegen ihrer besonderen Schönheit steht die Kármánsche Wirbelstraße im Zentrum. Der vorgeschlagene Film über den Einsturz der Tacoma-Brücke ist den Schülerinnen und Schülern oft schon bekannt. Er wird aber meist in der Wellenlehre als Beispiel für eine Resonanzkatastrophe eingesetzt, während die eigentliche Ursache des Einsturzes unerwähnt bleibt. Ein Abschnitt aus Theodore von Kármáns Buch „Die Wirbelstraße“ stellt eine ideale „Untermalung“ des Stummfilms dar. Verblüffende Anwendungsbeispiele runden die Einheit ab und leiten zum dritten Teil „Strömungswiderstand“ über.

LEHR- UND LERNZIELE

Die Schülerinnen, Schüler und Studierenden sollen

- Methoden zur Sichtbarmachung von Strömungen kennenlernen.
- den schrittweisen Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung beschreiben können und die Rolle der Reynoldszahl erkennen.
- die Wirbelentstehung hinter umströmten Körpern als Folge der Reibung erklären können.
- die Kármánsche Wirbelstraße als besonders eindrucksvolle Strömung mit vielen verschiedenen Erscheinungsformen kennenlernen.
- die Strouhalzahl als weitere dimensionslose Kennzahl einsetzen können.

AUSFÜHRUNG

Wie schon erwähnt, wird Leonardos Methode, einzelne Flüssigkeits- oder Luftelemente durch Bestreuen mit Partikeln oder durch Rauch zu markieren, auch heute noch in der Hydrodynamik angewendet. Ist die Bestreuung dicht genug, fügen sich die Bewegungen der einzelnen Teilchen zu einem Stromlinienbild zusammen und wir erhalten so ein deutliches Bild von der Strömung.

Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung

Mit diesen Hilfsmitteln kann die Entwicklung einer laminaren zu einer turbulenten Strömung bei der Umströmung eines glatten Zylinders untersucht werden. Für die Darstellung der

verschiedenen Strömungsformen wird die Reynoldszahl schrittweise erhöht. In der Praxis heißt das meist, daß die Strömungsgeschwindigkeit erhöht wird oder die Geschwindigkeit, mit der sich der Zylinder durch die ruhende Flüssigkeit bewegt. Eine weitere Möglichkeit wäre, die Viskosität zu variieren.

Zur Erinnerung: $Re = \frac{\rho L v}{\eta}$ **Reynoldszahl** (aus dem 3. Themenblock)

Versuch „laminar bis turbulent“:

Mit Hilfe dieses einfachen Experiments können die verschiedenen Strömungszustände von laminar bis turbulent dargestellt werden. Als umströmte Zylinder eignen sich Bleistifte oder andere zylinderförmige Körper verschiedener Durchmesser, die mit unterschiedlicher Geschwindigkeit durch eine Flüssigkeit gezogen werden. Um die Bewegung der Flüssigkeit hinter dem Körper sichtbar zu machen, wird die Flüssigkeit in eine Glasschale mit flachem Boden gegeben und mit feinem Korkmehl bestreut. Stellt man die Schale auf den Overhead-Projektor, können alle Personen im Raum die Strömungen erkennen.

Re < 1: Der Zylinder wird laminar umströmt.

Die Strömung ist stationär, d.h. sie ändert sich nicht mit der Zeit.

Solche kleinen Re-Zahlen erreicht man nur, wenn die Geschwindigkeit sehr klein oder die Viskosität sehr hoch ist oder der bewegte Körper minimale Abmessungen hat.

Am einfachsten ist die laminare Strömungsform zu realisieren, indem der Körper langsam durch eine hochprozentige Glycerinlösung gezogen wird. Dann erkennt man, daß sich die Flüssigkeit symmetrisch um den Körper bewegt: Vor der Körpermitte teilt sie sich, umströmt den Körper glatt und fließt nach ihm wieder zusammen. In der Flüssigkeit bleibt hinter dem Körper lediglich einen Strich zurück.

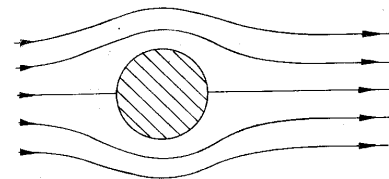


Abb. 4.6: Laminare Umströmung (FEYNMAN 1974)

Re ≈ 20: Ausbildung von zwei symmetrischen Wirbeln auf der Zylinderrückseite.

Die Strömung ist nach wie vor stationär.

Um eine Umströmung mit dieser Re-Zahl zu erhalten, kann statt des Glycerins Wasser verwendet werden. Deutlich erkennt man das Wirbelpaar, das an der Rückseite des Zylinders zu kleben scheint.

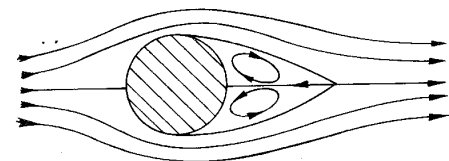


Abb. 4.7: Symmetrisches Wirbelpaar (FEYNMAN 1974)

Re ≈ 100 : Kármánsche Wirbelstraße.

Die Wirbel lösen sich periodisch hinter dem Körper ab.

Aus der stationären Bewegung entsteht eine zeitlich periodische.

Wird der Zylinder mit erhöhter Geschwindigkeit durch die Flüssigkeit gezogen, lösen sich Wirbel hinter dem Zylinder nacheinander um 180° phasenverschoben ab, d.h. abwechselnd der rechte und der linke Wirbel. Mit der gleichen Periode bilden sich neue Wirbel an der Zylinderrückseite aus. Es entsteht eine Reihe von Wirbeln mit entgegengesetztem Drehsinn. Dieses Phänomen wurde nach Théodore von Kármán, einem ungarischen Ingenieur, benannt.

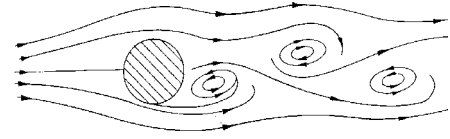


Abb.4.8: Kármánsche Wirbelstraße
(FEYNMAN 1974)

ab Re $\approx 10^4$ Die Wirbel zerfallen in kleinere Elemente.

Die Strömung wird turbulent, zuerst weiter vom Zylinder entfernt, dann direkt am Zylinder.

Die Bewegung ist nicht mehr stationär.

Hinter dem Zylinder bildet sich die „turbulente Grenzschicht“ aus, ein Bereich, in dem die Flüssigkeit stark verwirbelt. Die Geschwindigkeit variiert hier völlig unvorhersagbar.

Diese turbulente Strömungsform ist in unserem einfachen Experiment kaum noch darzustellen, allerdings müßte sie aus dem Alltag bekannt sein: Sie tritt z.B. bei der Umströmung von Brückenpfeilern auf.

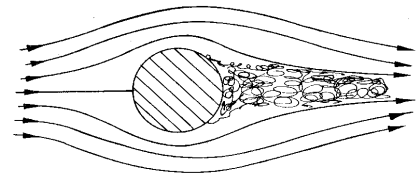


Abb. 4.9: Turbulente Grenzschicht
(FEYNMAN 1974)

Die Kármánsche Wirbelstraße

Die Wirbelstraße, die aus sich periodisch ablösenden Wirbeln gebildet wird, ist wohl die schönste der im vorigen Versuch gezeigten Strömungsformen. Deshalb wird sie zunächst im Mittelpunkt stehen. Die Bezeichnung „Straße“ rührt angeblich von der Ähnlichkeit der Strömungsform mit den gleichmäßig gegeneinander versetzten Fußstapfen von Passanten her.

Versuch „Wirbelstraße“:

Dieser Versuch bietet die Möglichkeit, die Entstehung und den Aufbau der Wirbelstraße in Ruhe betrachten zu können. Dazu wird die Bewegung der Flüssigkeitsteilchen durch Erhöhung der Viskosität der Flüssigkeit stark verlangsamt. Eine Glycerin-Wasser-Mischung (2 Teile 85%-iges Glycerin, 1 Teil Wasser) wird in eine flache Wanne etwa 4 bis 5cm hoch gefüllt und mit Lycopodium-Pulver oder Mehl dicht bestreut. Als umströmten Körper benutzt man am einfachsten einen Finger, der mit möglichst gleichmäßiger Geschwindigkeit durch die Flüssigkeit gezogen wird. Hinter dem Finger lösen sich ganz gleichmäßig gegeneinander versetzte Wirbel ab und bilden eine Wirbelstraße.

Eine Besonderheit dieses Versuchs ist, daß die Wirbelstraße aufgrund der hohen Viskosität der Flüssigkeit lange Zeit (bis zu einer halben Stunde) erhalten bleibt und so tatsächlich in Ruhe betrachtet werden kann.

Da Glycerin nicht ganz billig ist, sollte die Mischung immer wieder verwendet werden. Dazu kann das Lycopodium mit Hilfe von Zeitungspapier, das auf die Oberfläche der Flüssigkeit gelegt und dann abgezogen wird, entfernt werden. Eventuelle Reste des Pulvers in der Flüssigkeit stören bei späteren Versuchen nicht.



Abb. 4.10: Wirbelstraße in einem Glycerin-Wassergemisch (SCHWENK 1995)

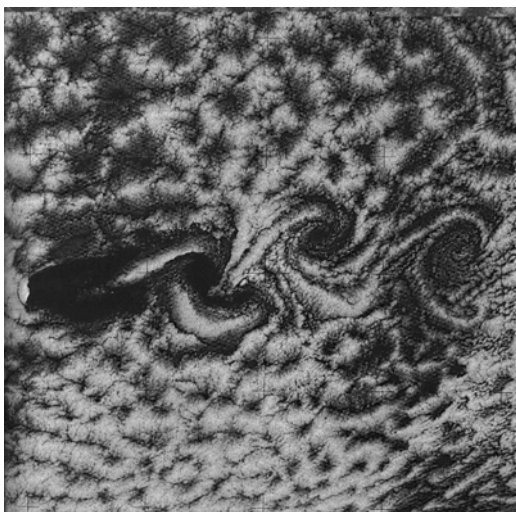


Abb. 4.11: Satellitenbild einer Wirbelstraße in einem Wolkenfeld

In der Natur treten solche Wirbelstraßen in Wolkenfeldern auf. Sie sind auf Satellitenbildern gut erkennbar. Die Ursache für die Ausbildung der Wirbelstraße kann entweder eine Bergspitze oder die Auftriebsströmung an einem erwärmten Berghang sein. Abbildung 4.11 zeigt eine solche Wirbelstraße, die hinter Madeira in einem Wolkenfeld entstand.

Ergänzung: Film „Kármán Vortex Streets in the Wake of Madeira“

Wie entstehen die Wirbel auf der Zylinderrückseite?

Demonstration „Pendel“:

Reibungsfreie, ideale Strömungen: Der Zylinder wird durch die Flüssigkeit gezogen. Dabei wird durch die Umströmung des Körpers der Druck an der Stelle größten Zylinderdurchmessers am geringsten (siehe 2. Themenblock). Die Teilchen werden bis zur Mitte des Zylinders beschleunigt, ihre kinetische Energie steigt an. Nach der Zylindermitte steigt der Druck an und die Geschwindigkeit nimmt ab, bis sie hinter dem Zylinder den Wert der Anströmgeschwindigkeit erreicht hat. In einer idealen Flüssigkeit ist die Strömung symmetrisch: Jedes einzelne Flüssigkeitsteilchen hat nach der Umströmung die gleiche Geschwindigkeit wie zuvor.

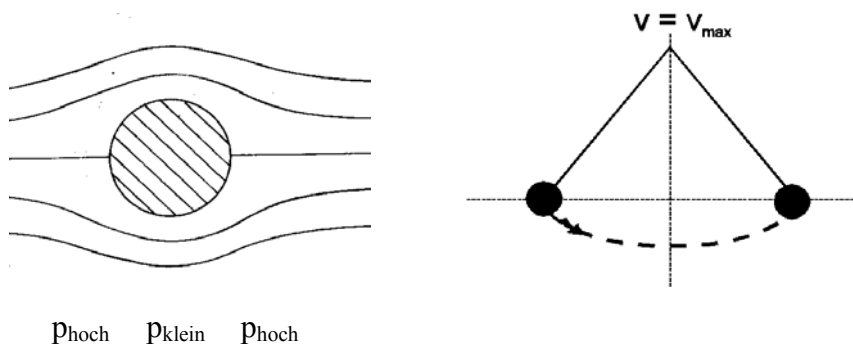


Abb. 4.12: Ideale Umströmung eines Zylinders, Analogon Pendelbewegung

Ein Analogon zu der Bewegung der Flüssigkeit um ein Hindernis ist eine Pendelbewegung: Auch beim Pendel nimmt die Geschwindigkeit des Pendelkörpers bis zur Mittellinie zu und danach wieder ab. Ohne Reibung erreicht die Kugel immer wieder die gleiche Höhe, die Bewegung ist symmetrisch.

Reibungsbehaftete, reale Strömung: Bei Anwesenheit von Reibung sind die Verhältnisse nicht mehr so einfach: Zwischen dem umströmten Körper und der freien Strömung bildet sich eine sog. „Grenzschicht“ aus, in der die Geschwindigkeit von Null direkt am Körper (Haftbedingung, 2. Themenblock) bis zur Geschwindigkeit der freien Umströmung ansteigt. Diese Grenzschicht ist umso dünner, je kleiner die Viskosität der Flüssigkeit ist. Sie spielt bei der Ausbildung von Wirbeln eine wichtige Rolle:

Der Energieverlust durch die innere Reibung bewirkt, daß die kinetische Energie des Fluidteilchens in der Grenzschicht um den Körper nicht ausreicht, um gegen den Druckanstieg auf der Rückseite des Zylinders anzulaufen. Deshalb kommt das Fluidteilchen im Bereich hinter dem Zylinder zum Stillstand oder strömt sogar vom Bereich hohen zum Bereich niedrigen Drucks zurück. Das heißt, auf der Rückseite des Zylinders strömt die Grenzschicht in der der äußeren Strömung entgegengesetzten Richtung. Die hinter dem Körper angesammelte Flüssigkeit rollt sich zu Wirbeln auf, genauer, zu einem Wirbelpaar mit entgegengesetztem Drehsinn. Diese Wirbel werden aufgrund der Reibung von der seitlichen Strömung mitgerissen. Es bildet sich eine Wirbelstraße aus.

Auch bei der Pendelbewegung bewirkt die Reibung, daß der Pendelkörper umkehrt, bevor er das theoretische Maximum erreicht hat, die Bewegung wird wie bei der Flüssigkeitsbewegung asymmetrisch.

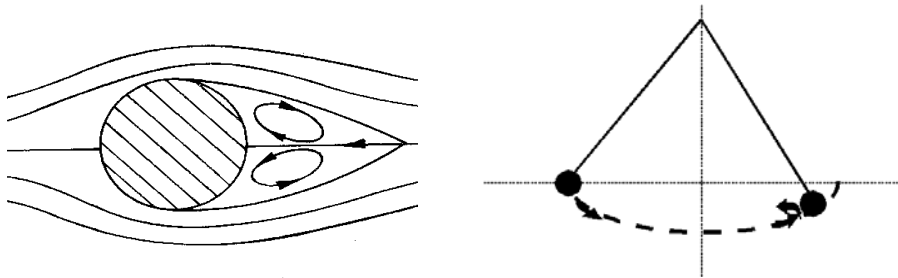


Abb. 4.13: Ausbildung von Wirbel, Analogon Pendelbewegung

Die Kármánsche Wirbelstraße im Alltag

Théodore von Kármán arbeitete 1910 als Assistent Ludwig Prandtls in Göttingen. Dort entdeckte er die nach ihm benannte Kármánsche Wirbelstraße, wie er in seinem Buch „Aerodynamics“ (KÁRMÁN 1956) beschreibt: „... Prandtl hatte einen Doktoranden, Karl Hiemenz, dem er die Aufgabe gegeben hatte, einen Wasserströmungskanal zu konstruieren, in dem die Ablösung der Strömung hinter einem Zylinder beobachtet werden könne. Das Ziel war, experimentell den Ablösepunkt der laminaren Strömung zu überprüfen, der mit der Grenzschicht-Theorie berechnet werden konnte. Für diesen Zweck war es zuerst notwendig, die Druckverteilung um den Zylinder herum in einer beständigen Strömung zu kennen. Zu seiner großen Verwunderung fand Hiemenz, daß die Strömung in seinem Kanal heftig schwankte. Als er dies Prandtl erzählte, sagte letzterer zu ihm: „Offensichtlich ist ihr Zylinder nicht absolut rund.“ Aber auch nachdem der Zylinder sehr sorgfältig bearbeitet worden war, oszillierte die Strömung weiterhin. Dann wurde Hiemenz gesagt, daß der Strömungskanal möglicherweise nicht symmetrisch sei und er begann auch dies zu korrigieren.

Ich war nicht mit diesem Problem befaßt, aber jeden Morgen, wenn ich in das Labor kam, fragte ich ihn: „Herr Hiemenz, ist die Strömung jetzt beständig? Er antwortete sehr betrübt: ‘Es oszilliert immer.’...“ (KÁRMÁN 1968).

1911 befaßte sich Kármán näher mit diesem Phänomen und fand Wirbel, die sich abwechselnd hinter dem Körper ablösen. Hätte Herr Hiemenz nicht so sorgfältig gearbeitet und seinen Zylinder weniger stabil installiert, hätte er sicher beobachtet, daß nicht nur die Strömung, sondern auch der Zylinder schwankt. Die Wirbel hinter dem Zylinder haben entgegengesetzte Drehrichtungen, d.h. immer wenn sich ein Wirbel abgelöst hat und sich ein neuer bildet, wechselt die Strömungsrichtung am Zylinder. Die Ausbildung und Ablösung alternierender Wirbelpaare verursacht periodisch wirkende Kräfte auf den Zylinder. Diese können verheerend wirken, wie das folgende Beispiel zeigt:

Der Einsturz der Tacoma-Brücke im Staate Washington 1940:**Film „Tacoma Narrows Bridge Collapse“**

Theodore von Kármán beschreibt das Unglück in seinem Buch „Die Kármánsche Wirbelstraße“ (KÁRMÁN 1968):

„Mein bemerkenswertestes ‘Abenteuer’ mit der Aerodynamik hatte ich 1940. Es begann, als eine Schlagzeile in der Zeitung meine Aufmerksamkeit erregte: Brücke über Tacoma-Sund eingestürzt. Ich las den Bericht voll Spannung.

Die neue Hängebrücke im Staate Washington, die 6,4 Millionen Dollar gekostet hatte und als die schönste einspännige Hängebrücke der Welt bezeichnet wurde, war bei mäßigem Sturm zusammengebrochen und sechzig Meter tief in den Puget Sound gestürzt. ...

Aber vom Tage ihrer Einweihung, dem 1. Juli 1940 an, und sogar schon während des Baues wurde offenbar, daß mit der Brücke etwas nicht in Ordnung war. Die Fahrbahn schaukelte in verhältnismäßig schwachen Winden, sie bewegte sich bei Windgeschwindigkeiten von fünf bis acht Kilometern pro Stunde um mehr als einen Meter auf und ab. Diese Bewegungen waren manchmal so auffällig, daß die Brücke bald den Spitznamen ‘galoppierende Gertie’ erhielt, und Besucher kamen von weither, um den Nervenkitzel zu erleben, über diese galoppierende Achterbahn zu fahren. Die Ingenieure versuchten, die Schwingungen etwas zu dämpfen, indem sie die Fahrbahn mit starken Kabeln zu beiden Seiten an Betonblöcken verankerten. Auch andere Maßnahmen wurden probiert. Aber nichts schien die Brücke am Galoppieren hindern zu können. ...

Der Morgen des Einsturzes - der 7. November 1940 - begann ohne jeden Hinweis auf das, was kommen sollte. Obwohl während der Nacht ein Sturm aufgekommen war, schaukelte die Brücke nur in der gewohnten Weise. Um zehn Uhr vormittags hatte der Sturm siebenundsechzig Kilometer pro Stunde erreicht, die höchste Windgeschwindigkeit, die die Brücke bisher erlebt hatte. Aber außer einer Verstärkung der Schwingungen des Mittelstückes wurde von Beobachtern noch immer wenig Änderung der Gesamtbewegung der Brücke gemeldet. Plötzlich, einige Minuten nach zehn, nahmen die Bewegungen einen neuen Charakter an. Das rhythmische Auf und Ab wurde unvermittelt von einer heftigen spiraligen Drehbewegung abgelöst. Nach den Berichten der Beobachter sah es aus, ‘als wollte die Brücke sich auf den Rücken legen’. Die alarmierten Behörden sperrten sie für den Verkehr.

In den nächsten Minuten verstärkte sich diese Korkenzieherbewegung noch mehr. Ein Beobachter meldete, daß der eine Rand der Fahrbahn in einem Augenblick um neun Meter höher lag als der andere. Im nächsten Augenblick lag er neun Meter tiefer. Die Tragkabel im Mittelstück bewegten sich nicht gemeinsam auf und ab wie bei der üblichen wippenden Bewegung, sondern zogen und zerrten in entgegengesetzten Richtungen und kippten die Fahrbahn bis zu fünfundvierzig Grad aus der Horizontalen. Die Laternenpfähle auf der Brücke lagen fast waagrecht. Eine halbe Stunde lang waren die Stahlträger, die Tragkabel und die Beton-

fahrbahn diesen schrecklichen Belastungen ausgesetzt. Um elf Uhr konnten sie es nicht mehr tragen. Die Laternenpfähle gaben nach und fielen um. Der Mittelteil knickte ein, und ein zweihundert Meter langes Stück Träger und Fahrbahn riß ab und stürzte mit ohrenbetäubendem Lärm in den Sund. Zehn Minuten später folgte der Rest des Mittelteils. Die Seitenteile, die nun keinen Halt mehr hatten, zerrten an den Kabeltürmen und zwangen sie, sich zum Land hin zu neigen. So heftig war der Stoß auf die Seitenteile, als der Mittelteil einstürzte, daß Professor F.B. Farquharsen von der Washington-Universität, der von einem Seitenteil aus das schreckliche Geschehen gefilmt hatte, auf die Betonfahrbahn geschleudert wurde. Er konnte sich wieder aufraffen und in Sicherheit bringen.

Nur ein verlassenes Automobil war auf der Brücke, als sie einstürzte. Der Besitzer, ein Zeitungsreporter, war herausgeschleudert worden, als die Drehbewegungen der Fahrbahn einsetzten. Es gelang ihm, sich einige Minuten an der Bordkante festzuhalten, bis die Brücke sich vorübergehend etwas beruhigte. Dann kroch er auf allen Vieren in Sicherheit. Es wurde ein Versuch gemacht, das Auto und den einzigen darin verbliebenen Insassen, einen Hund, zu bergen, aber es war zu spät. Der Hund stürzte mit dem Wagen und dem Brückenteil ab - das einzige Leben, das bei dem Unglück zu beklagen war. ...“

Schuld an dem Einsturz der Brücke hatte die Ausbildung einer Kármánschen Wirbelstaße hinter den Seitenplatten der Brücke. Die periodische Wirbelablösung regte die Brücke zu Schwingungen an. Bei der Tacomabrücke war unglücklicherweise die Anregungsfrequenz durch die Wirbel gleich der Eigenfrequenz der Brücke, es trat also der Resonanzfall ein. Die Schwingungsamplitude wuchs an, bis die Brücke zerstört war. In Nachfolgebauten, wie der Golden-Gate-Bridge, wurden die Seitenwände mit großen Löchern versehen oder durch ein Gitter ersetzt. Zusätzlich wurden Schlitze in die Fahrbahn geschnitten, damit sich der Druckunterschied über und unter der Fahrbahn ausgleichen kann.

Nach dieser Katastrophe wurde zum ersten Mal erkannt, daß bei der Planung von Brücken und anderen Bauwerken nicht nur statische, sondern auch dynamische Belastungen, besonders wenn sie periodische Schwingungen erzeugen, berücksichtigt werden müssen.

Um Schäden an Bauwerken, wie Kühltürmen und Kaminen, durch Kármánsche Wirbelstraßen zu vermeiden, werden diese mit sog. „**Scruton-Spiralen**“ umwickelt. Die Spiralen verhindern die periodische Ablösung der Wirbel und somit die Schwingungsanregung der Bauwerke.

Auch im Fahrzeugbau findet die Scruton-Spirale Anwendung: Antennen von Cabrios werden mit Draht spiralg umwickelt, um die Ausbildung von Wirbelstraßen und die damit verbundenen Pfeiftöne zu verhindern.

Die Strouhalzahl

Auch für Wirbelstraßen existiert eine dimensionslose Kenngröße, ähnlich der Reynoldszahl. Sie wurde nach dem tschechischen Physiker Cenek Strouhal (1850 - 1923) benannt.

Die **Strouhalzahl** ist proportional zur Ablösefrequenz der Wirbel und der charakteristischen Länge (in diesem Fall die Breite des Hindernisses oder des Nachlaufs) und umgekehrt proportional zur Anströmgeschwindigkeit. Wie alle Kennzahlen ist sie dimensionslos. Obwohl die Strouhal-Zahl von der Reynoldszahl abhängig ist, spielt dies im Bereich der Kármánschen Wirbelstraße, also $40 < Re < 10^4$ keine Rolle, denn hier ist die Strouhalzahl nahezu konstant (ca. 0,2).

Strouhalzahl:	$St = \frac{f \cdot L}{v},$	für Wirbelstraßen $St \approx 0,2 = \text{konstant}$
		f = Ablösefrequenz der Wirbel L = charakteristische Länge v = Anströmgeschwindigkeit

Beispiel „Singende Drähte“: Beim Spaziergehen ist oft das „Singen“ des Windes zu hören, wenn er an Hochspannungsleitungen oder Fahnenmasten vorbeistreichet. Dieses Phänomen läßt sich mit der Kármánschen Wirbelstraße erklären, denn beim Umströmen dieser Hindernisse bilden sich Wirbelstraßen aus und die Ablösefrequenz der Wirbel ist als Dauerton zu hören. Mit Hilfe der Strouhalzahl kann nun berechnet werden, mit welcher Geschwindigkeit der Wind eine Hochspannungsleitung anströmen muß, damit wir den Kammerton a¹ hören.

Kammerton a¹: Frequenz $f = 440 \text{ Hz}$

Durchmesser der Leitung: $L = 5 \text{ mm}$

Berechnung der erforderlichen Windgeschwindigkeit:

$$v = \frac{f \cdot L}{St} = \frac{440 / \text{s} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,2} = 10,4 \text{ m / s} \approx 37 \text{ km / h}$$

Winde mit Geschwindigkeiten von ca. 10 m/s werden in der Meteorologie mit „frischer Brise“ bezeichnet. Sie entsprechen auf der „Beaufort-Skala“ der Windstärke 5 - 6, die 1806 von dem englischen Admiral Sir Francis Beaufort aufgestellt wurde.

Demonstration „Hiebton“:

Auch beim Schwingen einer Rute, eines Stabs oder einer Peitsche durch die Luft, lösen sich periodisch Wirbel ab und es ist ein sog. „**Hiebton**“ zu hören.

Fische nutzen Wirbelstraßen

Fische erzeugen durch ihre Flossenbewegung Wirbelstraßen: Bei jeder Hin- und Herbewegung der Schwanzflosse entsteht ein Wirbelpaar mit gegenläufigem Drehsinn. Das Muster ähnelt einer Kármánschen Wirbelstraße, allerdings besitzen die Wirbel der „Fischstraße“ eine entgegengesetzte Rotationsrichtung: Bei der Kármánschen Wirbelstraße drehen sich die Wirbel zur Mitte hin, bei der Fischstraße rotieren sie von innen nach außen. Deshalb wird sie auch „umgekehrte Kármánsche Wirbelstraße“ genannt.

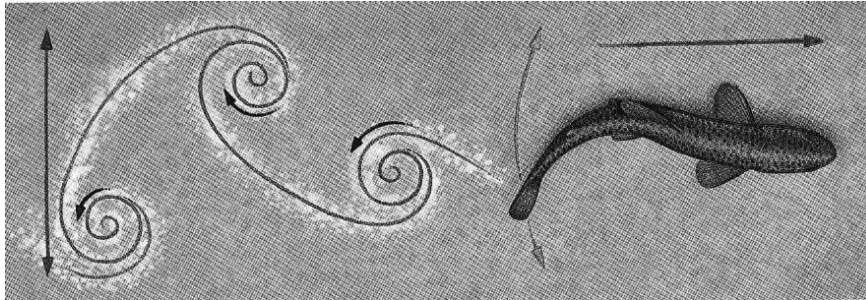


Abb. 4.14: Umgekehrte Kármánsche Wirbelstraße, erzeugt durch die Schwanzflosse eines Fisches (TRIANTAFYLLOU 1995)

Der Schlag der Fischflosse in eine Richtung erzeugt einen Wirbel. Sofort darauf erzeugt der Rückschlag einen zweiten, gegensinnig drehenden Wirbel, der ein Stück versetzt ist, weil der Fisch sich vorwärtsbewegt hat. Sind die Wirbel zeitlich gut aufeinander abgestimmt, treffen sie aufeinander und erzeugen einen rückwärtsgerichteten Wasserstrahl. Wenn das Wasser nach hinten beschleunigt wird, erhält der Fisch nach dem dritten newtonschen Axiom einen Schub nach vorn. Manche Fische (z.B. der Hecht) sind sogar in der Lage, diesen Schub zu verstärken, indem sie den zweiten Wirbel an den ersten drücken. Dies gibt ihnen die Möglichkeit schnell vorzupreschen.

Auch für die umgekehrte Wirbelstraße kann die Strouhalzahl bestimmt werden. In diesem Fall ist f die Frequenz des Flossenschlags, L die Breite der Wirbelstraße und v die Geschwindigkeit des Fisches. Die Analyse der Bewegungen verschiedener Fischarten - vom Goldfisch bis zum Hai - hat ergeben, daß die Strouhalzahl für diese Arten zwischen 0,25 und 0,35 liegt. In diesem Bereich ist die Fortbewegung offensichtlich besonders effizient.

Einige Fischarten, vor allem Lachse und Forellen, sind in der Lage ihr Vorankommen noch weiter zu optimieren, indem sie die im Gewässer vorhandenen Strömungen nutzen. Treffen z.B. Wirbel der umgekehrten Wirbelstraße auf die gegensinnig laufenden Wirbel einer Kármánschen Wirbelstraße hinter einem Felsen oder anderen Hindernissen, kann der rückwärtsgerichtete Wasserstrahl verstärkt werden. Dazu muß jedoch die Lage der Wirbel zueinander günstig sein.



Abb. 4.15: Robotuna (TRIANTAFYLLOU 1995)

Diese Erkenntnisse sollen am MIT (Massachusetts Institut of Technology) in Cambridge genutzt werden, um einen neuen Schiffsantrieb zu konstruieren. Eine Arbeitsgruppe aus Biologen und Maschinenbauingenieuren bauen dort einen künstlichen Thunfisch, den „Robotuna“. Die Bewegung dieses Fisches soll über 6 Elektromotoren gesteuert werden, die sich außerhalb des Fisches befinden. Die Bewegung wird durch Seilzüge übertragen. Mit Hilfe von Farbstoff wurde die erzeugte Strömung sichtbar gemacht: Genau wie beim echten Fisch handelt es sich um eine umgekehrte Wirbelstraße. Damit ist ein Prototyp für ein effektiveres Wasserfahrzeug geschaffen: Die Autoren haben einen Wirkungsgrad von ca. 86 % errechnet, bei den üblichen Schiffsschrauben liegt er bei nur 40 %.

3.4.3 Der Strömungswiderstand

VORBEMERKUNGEN

Der Strömungswiderstand hat vor allem bei der Fahrzeugkonstruktion - vom Liegerad bis zum ICE - eine große Bedeutung. Einfache Vorversuche führen den Strömungswiderstand als Kraft ein, die benötigt wird, um einen Körper in seinem Bewegungszustand zu halten. Dabei spielt keine Rolle, ob der Körper ruhend in der Strömung oder bewegt in der ruhenden Flüssigkeit gehalten werden soll. Die Messung des Strömungswiderstandes und der -geschwindigkeit erlauben es, den Widerstandsbeiwert für verschiedene Objekte zu bestimmen. Die Erstellung eines Polardiagramms für einen Tragflügel nach Lilienthal ist als ergänzendes Experiment vorgesehen. Der Aufbau dieses Versuchs entspricht fast dem der Widerstandsmessung und ist dementsprechend wenig aufwendig.

LEHR- UND LERNZIELE

Die Schülerinnen, Schüler und Studierenden sollen

- in Vorversuchen die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes von der Form des umströmten Körpers und des Strömungszustands erfahren.
- erkennen, daß der Strömungswiderstand die Kraft ist, die man benötigt, um einen Körper in einer reibungsbehafteten Strömung in seinem Bewegungszustand zu halten.
- ihre Kenntnisse über den Strömungswiderstand und den Widerstandsbeiwert auf alltägliche Beispiele anwenden können.

AUSFÜHRUNG

Vorversuch „Hand im Wind“: Hält man die Hand in verschiedenen Positionen (z.B. senkrecht oder waagrecht zur Strömung, als Halbkugel geformt, usw.) in den Luftstrom eines regelbaren Föns, Windkanals oder einfach aus dem Fenster eines fahrenden Autos, kann man den Strömungswiderstand abhängig von der Form der Hand und der Strömungsgeschwindigkeit unmittelbar feststellen. Je größer die Geschwindigkeit und je größer die angeströmte Fläche, desto mehr Kraft wird benötigt, damit die Hand nicht mitgerissen wird.

Vorversuch „Strömungsformen hinter verschiedenen Körpern“: Die Strömungsformen um verschiedene Körper (Kugel, Platte, Stromlinienkörper) gleicher Anströmfläche werden in einer Strömungswanne untersucht, die etwa 5 cm hoch mit Wasser gefüllt ist. Um die Strömungsbewegung zur besseren Beobachtung zu verlangsamen, kann statt des Wassers auch eine Glycerin-Wassermischung (etwa 2:1) verwendet werden.

Zieht man die Körper mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch eine ruhende Flüssigkeit, werden verschiedene Körperformen unterschiedlich umströmt: Hinter der Kugel, dem Zylinder und der Platte bildet sich ab einer bestimmten Geschwindigkeit Wirbelstraßen aus, während der Stromlinienkörper bei den gleichen Geschwindigkeiten noch laminar umströmt wird.

Laminare Strömung: Bei sehr kleinen Reynoldszahlen ($Re < 1$) werden alle Körperformen laminar umströmt. Die Flüssigkeit bewegt sich in Schichten, ohne Wirbel zu bilden oder sich zu mischen. Der Strömungswiderstand wird vor allem durch die Reibung zwischen den einzelnen Schichten der Flüssigkeit verursacht und ist dementsprechend gering. Trotzdem muß eine Kraft aufgewendet werden, um die Körper mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch die Flüssigkeit zu bewegen. Diese Kraft entspricht dem **Strömungswiderstand**, den die Flüssigkeit dem bewegten Körper entgegensetzt. Für eine laminar umströmte Kugel beschreibt das Stokessche Gesetz $F_w = 6\pi\eta vr$, das im 2. Themenblock hergeleitet wurde, den Widerstand der Strömung. Dieser sog. „**Zähigkeitswiderstand**“ ist direkt proportional zur Strömungsgeschwindigkeit.

Wirbelbehaftete Strömungen: Bei der Bildung von Wirbeln hinter einem umströmten Körper wird ein Teil der kinetischen Energie der Strömung oder des bewegten Gegenstandes in die Rotationsbewegung der Wirbel gesteckt. Um den Gegenstand dann mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch die Flüssigkeit zu ziehen, muß mehr Energie zugeführt werden als bei einer laminaren Umströmung. Durch die Wirbelablösung hinter dem Körper entsteht ein asymmetrisches Druckprofil: Der Druck hinter dem Körper ist wesentlich geringer als der Staudruck $\frac{1}{2}\rho v^2$ auf der Körpervorderseite. Deshalb wird der Widerstand dieser Strömungsform hauptsächlich durch den Staudruck, der auf die Körpervorderseite wirkt, bestimmt. Die Stokessche Reibung spielt bei dieser Strömungsform kaum noch eine Rolle.

Schon in den Vorversuchen konnte man feststellen, daß die Größe der angeströmten Fläche den Strömungswiderstand beeinflusst: Je größer die Anströmfläche A , desto höher der Strömungswiderstand. Die Anströmfläche ist definiert durch die Projektionsfläche des Körpers auf eine Ebene senkrecht zur Strömungsrichtung. Es gilt also:

$$F_w \sim \frac{1}{2} \rho v^2 A$$

Die Form des angeströmten Körpers und die Reynoldszahl der Strömung gehen in den Proportionalitätsfaktor, den sog. „**Widerstandsbeiwert c_w** “ ein.

So lautet die Gleichung für den Strömungswiderstand:

Strömungswiderstand:	$F_w = c_w \frac{1}{2} \rho v^2 A$
-----------------------------	------------------------------------

Der Widerstandsbeiwert c_w ist eine dimensionslose Größe:

$$c_w = \frac{2 \cdot F_w}{\rho A v^2} \quad [c_w] = \left[\frac{\text{N}}{\text{kg/m}^3 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}^2/\text{s}^2} = \frac{\text{kg/ms}^2}{\text{kg/ms}^2} = 1 \right]$$

Versuch „Messung des Strömungswiderstands und des Widerstandsbeiwerts“:

Zur Messung des Strömungswiderstands wird der zu untersuchende Körper an einer Seite eines Waagenbalkens angebracht, auf der anderen Seite zunächst nur ein Federkraftmesser und ein Gegengewicht, so daß der Balken genau waagrecht steht. Wird der Körper mit Hilfe des Windkanals angeströmt, kann am Federkraftmesser direkt die Kraft abgelesen werden, die man benötigt, um den Körper auf seiner ursprünglichen Stelle zu halten. Bei zusätzlicher Messung der Anströmgeschwindigkeit kann der Widerstandsbeiwert bestimmt werden.

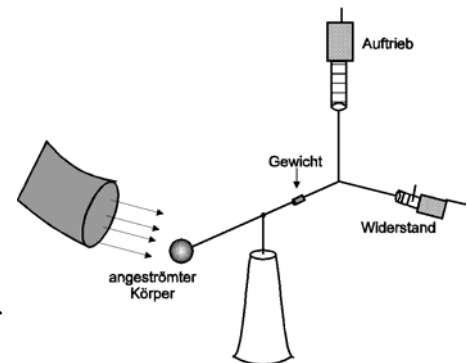


Abb. 4.16: Messung des Strömungswiderstands und des Auftriebs

Meßbeispiel für einen Stromlinienkörper:

Dichte von Luft:	$\rho_{\text{Luft}} =$	$1,3 \text{ kg/m}^3$
Radius des Körpers (gemessen):	$r =$	4 cm
=> Anströmfläche	$A =$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Strömungswiderstand (gemessen):	$F_w =$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$
Anströmgeschwindigkeit (gemessen)	$v =$	6 m/s
Einsetzen in :	$c_w = \frac{F_w}{\rho A v^2} =$	0,21

Dieser Wert entspricht dem Literaturwert für $Re = 10^6$

Abschätzung der Re-Zahl:

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{6 \text{ m/s} \cdot 0,08 \text{ m}}{7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 6,8 \cdot 10^6$$

Werden an den umströmten Körper Wollfäden angeklebt, können die Stellen, an welchen die Strömung laminar bleibt und an welchen sich Wirbel bilden, identifiziert werden. Diese Methode ist auch heute noch bei Windkanaluntersuchungen üblich: Dort werden die Objekte ebenfalls mit Fäden beklebt, um die Schwachstellen zu finden, d.h. die Stellen, an denen sich Wirbel bilden.

Widerstandsbeiwerte für verschiedene Körperformen









Windrichtung ⇒	Körperform	Widerstandsbeiwert c_w
⇒ 	Halbkugel ohne Boden (Fallschirm)	1,33
⇒ 	Halbkugel	0,34
⇒ 	Platte	1,1
⇒ 	Kugel	0,45
⇒ 	Stromlinienkörper $l/d=2$	0,2
⇒ 	Auto	0,3 - 0,6
⇒ 	Hollandrad	0,6
⇒ 	Liegerad	0,13 - 0,49

Tabelle 4.1: Widerstandsbeiwerte für verschiedene Körperformen

Abhängigkeit des Widerstandsbeiwerts von der Reynoldszahl

Wie schon oben erwähnt, hängt der Widerstandsbeiwert neben der Körperform auch von der Reynoldszahl ab. Abbildung 4.17 zeigt diese Abhängigkeit am Beispiel eines umströmten Zylinders und einer umströmten Kugel. Bei diesen Körperformen ändert sich die Form des Wirbelgebietes hinter dem Körper mit der Reynoldszahl, während bei kantigen Körperformen dieses Gebiet nahezu seine Form behält.

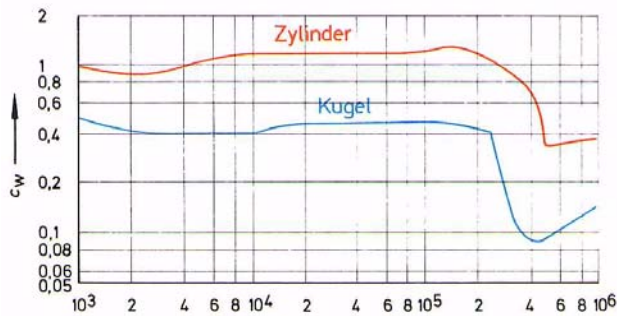


Abb. 4.17: c_w -Wert eines Zylinders in Abhängigkeit der Reynoldszahl (BOHL 1991, 309)

Sowohl für den Zylinder als auch für die Kugel bleiben die Widerstandsbeiwerte für $10^3 < Re < 10^5$ nahezu konstant. Ab einer Reynoldszahl von $2 \cdot 10^5$ knickt die Kurve stark ab. D.h. in diesem Bereich sinkt der Strömungswiderstand.

Verursacht wird dieser Knick durch den Übergang von der Kármánschen Wirbelstraße zur turbulenten Strömung. Wie man auch auf Abbildung 4.8 und 4.9 erkennen

kann, ist die Wirbelstraße breiter als der turbulente Nachlauf, auch „Totwassergebiet“ genannt. Je kleiner dieses Gebiet, desto geringer der Strömungswiderstand.

Diese Tatsache wird in der Natur und auch z.B. im Sport ausgenutzt: Das Gefieder von Vögeln ist so konzipiert, daß bei einer Erhöhung der Fluggeschwindigkeit der obige kritische Wert der Reynoldszahl erreicht wird und sie somit weniger Energie aufwenden müssen. Haifische haben eine leicht rauhe Haut, die gleichfalls für Strömungen mit hohen Reynoldszahlen sorgt. Auch z.B. die Oberfläche von Golfbällen hat eine optimierte Struktur, die gewährleisten soll, daß sie weiter fliegen.

Ergänzung: Renn- und Liegeräder

Ebenso wie in der Automobil-Industrie wird bei der Konstruktion von Renn- und Liegerädern das Wissen um die Abhängigkeit des Strömungswiderstands von der angeströmten Fläche und der Reynoldszahl ausgenutzt. Eine Fundgrube für einfache Artikel zur Optimierung der Zweiräder sind Fahrradmagazine wie „pro velo“ oder die „HPV-Nachrichten“ (HPV= Human Powered Vehicle). Diese Hefte, erhältlich im „alternativen“ Fahrradhandel, sind so gestaltet, daß sie für Lernende gut verständlich sind.

Ergänzung: Versuch „Erstellen eines Polardiagramms“

In diesem Versuch soll zusätzlich zum Widerstand eines Tragflügels auch dessen Auftrieb gemessen werden. Dazu wird ein zweiter Federkraftmesser, wie in Abbildung 4.16 dargestellt, angebracht. Durch den Auftrieb wird der Flügel nach oben gedrückt. Die Kraft, die man braucht, um ihn im Gleichgewicht zu halten, kann am Federkraftmesser abgelesen werden. Sowohl der Widerstand als auch der Auftrieb variiert mit dem Anstellwinkel.

Otto Lilienthal (1848-1896) entwickelte eine Diagrammform, die es erlaubt, den optimalen Anstellwinkel zu finden. Dazu trägt er in einem Koordinatensystem für jeden Anstellwinkel die Auftriebskraft F_a über den Widerstand F_w (im Diagramm mit Kleinbuchstaben bezeichnet) auf. Diese Art der Darstellung nannte er „Polardiagramm“.

Dieses Diagramm zeigt, daß mit wachsendem Anstellwinkel sowohl der Auftrieb, als auch der Widerstand wächst. Der maximale Auftrieb ist bei ca. 15° erreicht. Werden wieder Fäden auf den Flügel geklebt, erkennt man, daß das Anwachsen des Widerstandes mit einer vermehrten Wirbelbildung zusammenhängt. Das „Totwassergebiet“ hinter dem Flügel wird größer.

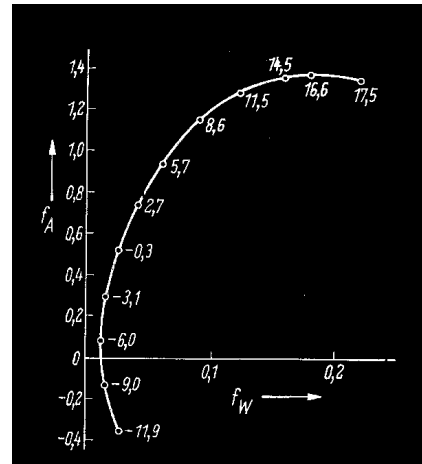


Abb. 4.18: Polardiagramm
(BERGMANN-SCHÄFER 1974,
341)

Mit Hilfe dieses Polardiagramms können nun die für jedes Flugmanöver geeigneten Anstellwinkel ausgewählt werden:

ca. 2°	Reiseflug	mäßiger Auftrieb bei geringem Widerstand
ca. 9°	Steilflug	hoher Auftrieb bei größerem Widerstand
ca. 15°	Start und Landung	optimaler Auftrieb bei großem Widerstand
ab ca. -9°	Sturzflug	negativer Auftrieb

Zusammenfassung:

Der Strömungswiderstand entspricht der Kraft, die man benötigt, um

- einen Körper mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch eine ruhende Flüssigkeit zu ziehen, oder
- einen Körper in einer Strömung mit konstanter Strömungsgeschwindigkeit in Ruhe zu halten.

Der Strömungswiderstand einer laminaren Umströmung ist bestimmt durch das Stokesche Reibungsgesetz: $F_w \sim v$.

Der Strömungswiderstand einer wirbelbehafteten Umströmung ist proportional

- zum Staudruck $\frac{1}{2}\rho v^2$.
- zur Anströmfläche A .
- und zum Widerstandsbeiwert c_w .