

4. Die elektrische Leitfähigkeit bei partieller Schmelze

4.1. Modelle aus der Literatur

4.1.1. Eingrenzungen der Leitfähigkeit, Filme, Kanäle, Ellipsoide

Die elektrische Leitfähigkeit von ungeschmolzenen basischen Gesteinen (Rai und Manghnani, 1978a; Duba et al., 1974; u. a.) liegt um Größenordnungen unter der von basaltischen Schmelzen (Presnall et al., 1972; Waff und Weill, 1975; Tyburczy und Waff, 1983). Die spezifische elektrische Leitfähigkeit von partiell geschmolzenen Mantelgesteinen hängt daher signifikant von der Schmelzkonzentration und der Schmelzgeometrie ab. Für solche Zweiphasensysteme mit zwei stark unterschiedlich leitenden Komponenten sind schon eine ganze Anzahl von Leitfähigkeitsmodellen aufgestellt worden.

Zunächst kann man die effektive spezifische Leitfähigkeit σ_{eff} eingrenzen. Die absolute obere und untere Schranke für σ_{eff} ergibt sich für ein Gesteinssystem, in dem die Schmelze in Form von Schichten auftritt, die parallel bzw. senkrecht zur Stromrichtung orientiert sind:

$$\beta \sigma_f + (1-\beta) \sigma_o > \sigma_{\text{eff}} > \left(\frac{\beta}{\sigma_f} + \frac{1-\beta}{\sigma_o} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

Hierbei sei β die Schmelzkonzentration und σ_f, σ_o die spezifische Leitfähigkeit der Schmelze bzw. des ungeschmolzenen Gesteins. Diese beiden Extremmodelle weisen eine starke Anisotropie auf. Für isotrope Schmelzverteilungen lassen sich nach Waff (1974) die besten Schranken für die effektive Leitfähigkeit nach einem Variationsprinzip von Hashin und Shtrikman (1962) angeben

$$\sigma_{\text{HS-}} = \sigma_o + \beta \left(\frac{1}{\sigma_f - \sigma_o} + \frac{1-\beta}{3\sigma_o} \right)^{-1} < \sigma_{\text{eff}} < \sigma_f + (1-\beta) \left(\frac{1}{\sigma_o - \sigma_f} + \frac{\beta}{3\sigma_f} \right)^{-1} = \sigma_{\text{HS+}} \quad (4.2)$$

$\sigma_{\text{HS-}}$ und $\sigma_{\text{HS+}}$ werden als untere bzw. obere Hashin-Shtrikman -Grenze (HS-, HS+Grenze) bezeichnet.

Um die effektive Leitfähigkeit für Zweiphasensysteme genauer anzugeben, bieten sich verschiedene Vorgehensweisen an. Am nahe-

liegendsten ist eine Verfeinerung der Modelle durch Berücksichtigung spezieller einfacher Geometrien der Schmelze.

Ein erstes Modell stammt von Maxwell (1883, S. 456, Bd.1). Er beschreibt ein System von Kugeln mit der Leitfähigkeit σ_o in einer Flüssigkeit mit der Leitfähigkeit σ_f für den Fall, der Radius der Kugeln sei klein gegenüber ihrem Abstand. Es scheint somit nicht direkt anwendbar auf den Fall kleiner Schmelzkonzentrationen zu sein. Es ist jedoch bemerkenswert, daß Maxwells Lösung identisch mit der oberen HS+Grenze (4.2) ist (bzw. mit der unteren nach Vertauschen von σ_f und σ_o).

Waff (1974) entwickelte einfache Modelle, die der Grenzflächenbenetzung in einem partiell geschmolzenen Gestein Rechnung tragen sollen. In seinem "composite sphere assemblage"-Modell wird der Raum vollständig ausgefüllt mit verschiedenen großen Kugeln, die ihrerseits aus einem festen Kern mit σ_o und einem flüssigen Mantel mit σ_f bestehen, wobei für jede Kugel die makroskopische Schmelzkonzentration β erhalten bleibt. Als effektive Leitfähigkeit ergibt sich in diesem Fall identisch die obere HS+Grenze (4.2). Es läßt sich dann auch zeigen, daß die untere HS--Grenze identisch mit dem Fall isolierter, kugelförmiger Schmelztaschen ist.

Waff (1974) berechnete weiterhin ein Modell, in dem kubische Körner vollständig mit Schmelze benetzt sind. Für $\beta < 10\%$ ist dieses Modell mit einer maximalen Abweichung von 1.5% identisch mit der oberen HS+Grenze. Waff gibt schließlich als Näherung für $\sigma_f \gg \sigma_o$ und $\beta < 15\%$ an:

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{2}{3} \beta \sigma_f \quad (4.3)$$

Soll auch der Festkörperleitfähigkeit Rechnung getragen werden, was besonders bei kleinem β sinnvoll ist, so dürfte besser folgende Formel als Näherung für flächenbenetzende, vollständig verbundene Schmelze gelten:

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{2}{3} \beta \sigma_f + (1-\beta) \sigma_o \quad (4.4)$$

Für die Schmelzverteilung in Form von Kanälen entlang von Kornkanten dürfte als entsprechende Approximation ein kubisches Git-

ter von gleich dicken Kanälen gelten (Grant und West, 1965):

$$\sigma_{\text{eff}} \approx \frac{1}{3} \beta \sigma_f + (1-\beta) \sigma_o \quad (4.5)$$

Für ein Zweiphasensystem, in dem die Schmelze im Gestein in Form von isolierten, ellipsoidförmigen Inklusionen eingelagert ist, gibt Krajew (1957, S. 42) einen Formelsatz von Semjonow (1948) für σ_{eff} an. Er lautet für oblate Inklusionen:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{iso}} := \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad \text{mit}$$

$$\sigma_i = \sigma_o \frac{(1-\beta)(n_i-1)\sigma_o + (n_i - (n_i-1) \cdot (1-\beta))\sigma_f}{(n_i-1+\beta)\sigma_o + (1-\beta)\sigma_f}, \quad i=1,2,3$$

$$n_1 = n_2 = \frac{2h^3}{h - (1+h^2) \cdot \text{atan}(h)}, \quad n_3 = \frac{h^3}{(1+h^2)(\text{atan}(h) - h)}$$

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} - 1} \quad (4.6)$$

wobei $\alpha < 1$ das Querverhältnis der rotationssymmetrischen Inklusionen bedeutet.

Die bisher erwähnten Modelle sind in Abb. 63 dargestellt. Man erkennt, daß für den großen Leitfähigkeitskontrast $\sigma_f / \sigma_o = 1000$ die HS-Grenzen nur eine geringfügig engere Eingrenzung im Vergleich zu den Schranken durch die anisotropen Modelle mit parallelen bzw. in Serie geschalteten Schichten liefern. Die HS-Grenzen liegen noch sehr weit auseinander. Das Modell für ein verbundenes Kanalsystem liegt etwa um die Hälfte unter dem für flächenhafte Benetzung (=HS+). Die drei Kurven für isolierte "pennies" reichen in den gesamten möglichen Bereich hinein. Sie sind nicht zu größeren Schmelzkonzentrationen hin fortgesetzt, da es sehr unwahrscheinlich wird, daß sie dann noch voneinander isoliert sind.

4.1.2. Die elektrische Leitfähigkeit für Systeme mit variablen Leitfähigkeiten der Elemente, Archie's Gesetz

Die beschriebenen Modelle gelten jeweils für entweder vollständig verbundene oder vollständig isolierte Schmelzsysteme, in denen die einzelnen Elemente oder Inklusionen identisch sind. Daß sie

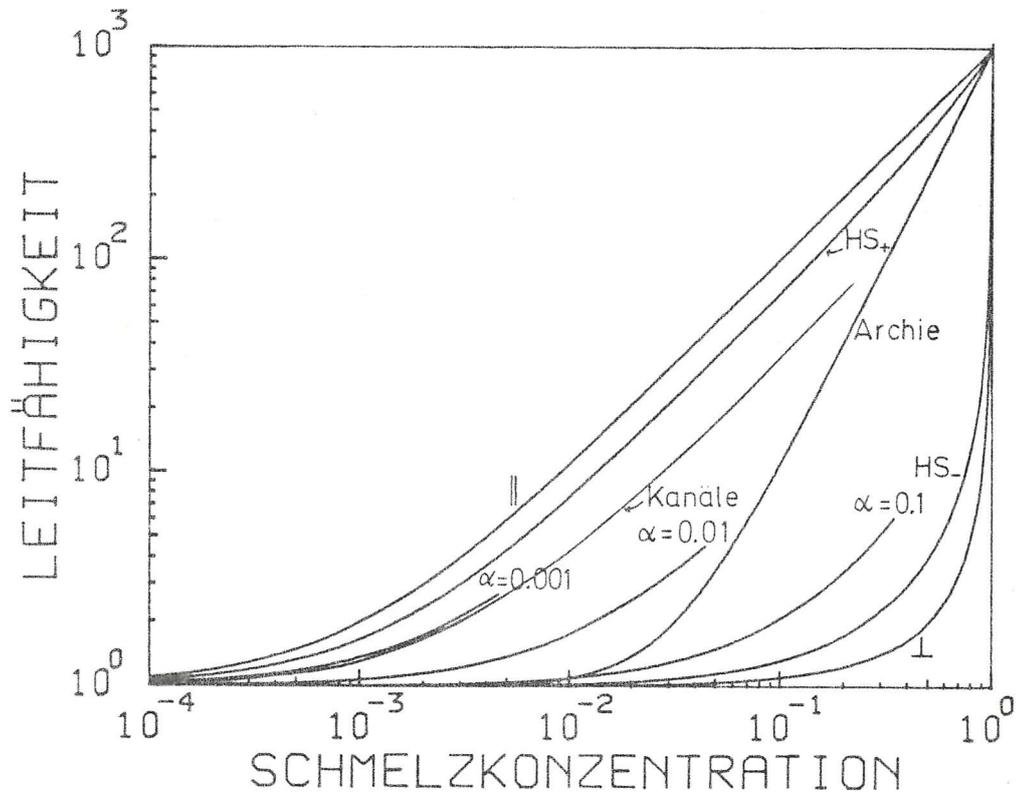


Abb. 63: Effektive spezifische Leitfähigkeit für ein σ_f / σ_o -Verhältnis von 1000 in Abhängigkeit von β für verschiedene Modelle: \parallel, \perp : Parallele bzw. senkrechte Schmelzschichten; HS+, HS-: Obere bzw. untere HS-Grenzen; $\alpha = 0.001$ bis 0.1: isolierte, sphäroidförmige Inklusionen mit zugehörigem α ; Kanäle; Archie's Gesetz.

für die Beschreibung natürlicher Zweiphasensysteme noch nicht vollständig ausreichen, zeigen Experimente an porösen, mit Wasser gesättigten Gesteinen (Brace et al., 1965). Die effektiven Leitfähigkeiten folgen in diesen Experimenten dem empirischen Gesetz nach Archie:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_f \beta^n \quad (4.7)$$

mit $n \approx 2$. Dieses Gesetz wurde von Hermance (1979) leicht modifiziert, um für kleine Schmelzkonzentrationen die Festkörperleitfähigkeit zu berücksichtigen:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_o + (\sigma_f - \sigma_o) \beta^2 \quad (4.8)$$

Dieses Modell ist ebenfalls in Abb. 63 dargestellt.

Vergleicht man das empirische Archie-Gesetz (4.7) oder (4.8) mit den verschiedenen Formeln (4.1) bis (4.6) für kleine β (<20%), so erfolgt der Anstieg der theoretischen Modelle mit einem Exponenten $n \leq 1$, während die Beobachtungen auf ein größeres n (≈ 2)

hindeuten. Zur Erklärung dieser Diskrepanz sind verschiedene Modelle vorgeschlagen worden (Shankland und Waff, 1974; Madden, 1976), die im folgenden besprochen werden. Hierbei erwies sich die Modellierung poröser Medien durch Widerstandsnetzwerke als nützlich.

Eine Analyse allgemeiner Netzwerke wurde von Schopper (1966) durchgeführt. Er erhält für den Gesamtwiderstand allgemein

$$R = U R_m (1 - e \delta^2) \quad (4.9)$$

wobei U eine Netzwerkkonstante, δ die Varianz der einzelnen Widerstände um den Erwartungswert R_m (arithm. Mittel) und e ebenfalls eine Strukturkonstante des Netzwerks ist. Höhere Ordnungen der Varianz sind bei dieser Analyse vernachlässigt worden. Rink und Schopper (1968) schließen aus der Berechnung verschiedener Netzwerke auf ein e um 0.5 für dreidimensionale Netzwerke. Dieses e läßt sich vergleichen mit dem Ergebnis von Madden (1976), bei dem sich für verschiedene Netzwerke selbst bei breiter Verteilung der einzelnen Widerstandswerte als Gesamtwiderstand näherungsweise das geometrische Mittel aller N Einzelwiderstände ergab:

$$R \cong \prod_{i=1}^N R_i^{1/N} \quad (4.10)$$

Nimmt man für alle Einzelwiderstände gleiche Werte an, so ist $\delta = 0$ und (4.9) und (4.10) unterscheiden sich durch die aus der Topologie des Netzwerks resultierende "Umwegkonstante" U . Dies ist auf eine prinzipielle Normalisierung der Netzwerke in Maddens Methode der eingebetteten Netzwerke zurückzuführen, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll. Um allgemeine, nicht normalisierte Netzwerke zu beschreiben, läßt sich (4.10) durch den Faktor U ergänzen, was auch Madden im Prinzip beim Übergang von seiner Gleichung 24.a nach 24.c macht.

Die allgemeinen Formeln (4.9) und (4.10) (ergänzt mit U) können nun verglichen werden, indem alle N Widerstände R_i durch ihr arithmetisches Mittel R_m und die zugehörigen Abweichungen δ_i ausgedrückt werden in der Form

$$R_i = R_m (1 + \delta_i)$$

Es ergibt sich dann für das geometrische Mittel (4.10) (durch U ergänzt):

$$R \cong U \exp(\ln \prod_{i=1}^N R_i^{1/N}) = U \exp\left(\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \ln R_m (1 + \delta_i)\right)\right)$$

$$= U R_m \exp\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(1 + \delta_i)\right)$$

Rechts werden nun die Exponentialfunktionen und der ln in eine Reihe entwickelt:

$$R \cong U R_m \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta_i - \frac{1}{2} \delta_i^2 + \dots) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta_i - \frac{1}{2} \delta_i^2 + \dots) \right)^2 + \dots \right) \quad (4.11)$$

Hieraus ergibt sich unter Vernachlässigung höherer Ordnungen von δ_i mit der Varianz

$$\delta^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i^2$$

folgender Ausdruck:

$$R \cong U R_m \left(1 - \frac{1}{2} \delta^2 \right) \quad (4.12)$$

in Übereinstimmung mit dem von Rink und Schopper (1968) vorgeschlagenen $e = 0.5$. Der Ausdruck in der Klammer (4.12) stellt also unter Vernachlässigung höherer Ordnungen von δ den Quotienten aus geometrischem zu arithmetischem Mittel dar.

Madden (1976) wendet seine Ergebnisse auf poröse Medien an. Um das Archie-Gesetz (4.7) zu erhalten, geht er von einer, Glg. (4.10) äquivalenten Gleichung für die Gesamtleitfähigkeit Y als geometrischem Mittel aller Einzelleitfähigkeiten Y_i aus:

$$Y \cong \prod_{i=1}^N Y_i^{1/N} \quad (4.13)$$

Mit einem einfachen Zusammenhang zwischen der Gesamtporosität β , der spezifischen Leitfähigkeit σ_f der Flüssigkeit, Y_i als Leitfähigkeit der i-ten Pore und l und q als Länge und Querschnitt der Gesteinszone eines Leitfähigkeitselements

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N \sigma_f} \frac{l}{q} \quad (4.14)$$

konstruiert er von β abhängige Verteilungen der Y_i , mit denen

$$Y \sim \beta^2$$

resultiert.

Für (4.13) läßt sich die gleiche Überlegung anstellen wie für (4.10), so daß für die Gesamtleitfähigkeit Y geschrieben werden kann:

$$Y \cong Y_m \left(1 - \frac{1}{2} \delta_Y^2\right) / U \quad (4.15)$$

mit $Y_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i$ als arithmetischem Mittel und δ_Y als Varianz der Leitfähigkeiten.

Aus (4.14) und (4.15) folgt dann für die effektive spezifische Leitfähigkeit

$$\sigma_{\text{eff}} = Y \frac{1}{q} \cong Y_m \frac{1}{q U} \left(1 - \frac{1}{2} \delta_Y^2\right) = \frac{\beta}{U} \left(1 - \frac{1}{2} \delta_Y^2\right) \sigma_f \quad (4.16)$$

Madden impliziert also für die Verteilung der Leitfähigkeiten eine strenge Abhängigkeit der Form $\left(1 - \frac{1}{2} \delta_Y^2\right) \sim \beta$.

Glg. (4.16) läßt sich auch folgendermaßen darstellen:

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{\beta}{U} \frac{\bar{Y}}{Y_m} \sigma_f \quad (4.16a)$$

wobei \bar{Y} das geometrische und Y_m das arithmetische Mittel darstellt.

Für ein Leitfähigkeitsnetzwerk mit verteilten Leitfähigkeitswerten läßt sich also als Approximation für die Gesamtleitfähigkeit Glg. (4.16a) mit dem Quotienten aus geometrischem und arithmetischem Mittel oder alternativ unter Vernachlässigung höherer Ordnungen in δ Glg. (4.16) mit der Varianz der Leitfähigkeiten heranziehen. Es wird hierbei deutlich, daß, unter Beibehaltung des arithmetischen Mittels Y_m , oder, übertragen auf die Leitung durch Porenflüssigkeit, unter Beibehaltung des Flüssigkeitsanteils β , bei wachsender Varianz der einzelnen Leitfähigkeiten bzw. Porenquerschnitte die Gesamtleitfähigkeit abfällt. Damit bei Variation der Elementleitfähigkeiten gleichzeitig Y_m und β erhalten bleiben, darf die Varianz der Inklusionslängen nur klein gegenüber der der Querschnitte sein. Diese Bedingung dürfte in einem partiell geschmolzenen Gestein grob erfüllt sein, wenn man annimmt, daß die

Inklusionslängen im wesentlichen durch die Kornkanten oder -flächen bestimmt sind, während die Querschnitte hauptsächlich vom Schmelzanteil abhängen.

Es interessiert nun noch der Fall, daß ein gewisser Anteil von Widerstandsbrücken im Netzwerk unterbrochen ist. Dies würde in der Natur einem herabgesetzten Verbundenheitsgrad der Schmelze entsprechen. Offensichtlich versagen für diesen Fall, in dem einzelne Widerstände $R_i = \infty$ gesetzt werden müssen, die Gleichungen (4.9) und (4.10). Aufschluß über das Verhalten von Netzwerken im Übergangsbereich zwischen einem nicht mehr durchgängigen Netzwerk und einer ersten geschlossenen Verbindung liefert ein Ansatz, im Englischen mit "percolation theory" bezeichnet. Hierbei wird in einem gegebenen Netzwerk den einzelnen Widerständen eine Wahrscheinlichkeit P zugeordnet, mit der sie eine Brücke bilden. Es läßt sich dann ein kritisches P berechnen, unterhalb dem die Wahrscheinlichkeit, daß es mindestens eine durchgehende Verbindung durch das Netzwerk gibt, verschwindet. Dieses P_c wurde von Vysotsky et al. (1961) als vom Gitter unabhängig gefunden zu

$$P_c = \frac{1}{Z} \frac{d}{d-1} \quad (4.17)$$

wobei Z die Anzahl der an einem Knotenpunkt angreifenden Brücken oder Widerstände ist und d die Dimension des Gitters (2 oder 3) darstellt.

Um den tatsächlichen Widerstand eines Netzwerks mit einem bestimmten Anteil von nicht entfernten Brücken $P > P_c$ zu bestimmen, sind Versuche an umfangreichen Netzwerken vorgenommen worden (Shankland und Waff, 1974; Kirkpatrick, 1973; u.a.). Kirkpatrick (1973) fand durch Anwendung einer klassischen Theorie über Leitung in Gemischen ("effective medium theory") für verschiedene Netzwerke eine relative effektive Leitfähigkeit von

$$\frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_v} = \frac{P - \frac{2}{Z}}{1 - \frac{2}{Z}} \quad (4.18)$$

wobei Z eine Koordinationszahl (Anzahl der Widerstände an einem Knoten) und $P > P_c$ und σ_v die Leitfähigkeit des vollständigen Netzwerks ist. Diese Formel steht in guter Übereinstimmung mit Experimenten und Berechnungen an verschiedenen Netzwerken.

Entfernt man aus einem Netzwerk statistisch nicht die einzelnen Widerstände, sondern die Knotenpunkte ("sites"), so resultiert nach Shankland und Waff (1974) mit P_s als relativer Anteil der restlichen Knotenpunkte:

$$\frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_v} = \left(\frac{P_s - P_o}{1 - P_o} \right)^r \quad \text{mit } r \approx 2, \quad P_o = \text{const.} > P_c \quad (4.19)$$

Daraus schließen Shankland und Waff (1974) mit der Identifikation $\beta = P_s$, daß die quadratische Abhängigkeit des Archie-Gesetzes durch folgendes Modell erklärt werden kann: Ein Großteil der Flüssigkeit β_{Ku} befindet sich in kompakten Poren, die als Knotenpunkte ("sites") fungieren. Ein kleiner Teil $\beta_{\text{F}}, \beta_{\text{Ka}} \ll \beta_{\text{Ku}}$ verbindet die Knotenpunkte entlang von Rissen oder Kanälen und bleibt unberührt von der Gesamtkonzentration.

Für die Bereiche $P < P_c$ liefern die eben beschriebenen Modelle keine Leitfähigkeit. Ersetzt man nun die offenen Brücken durch hohe Widerstände, welche für $P = 0$ eine Gitterleitfähigkeit $\sigma_r \ll \sigma_v$ hervorrufen würden, so erhält Madden (1976) für kubische Gitter eine effektive Leitfähigkeit von

$$\frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_r} = \frac{\frac{2}{Z}}{\frac{2}{Z} - P} \quad P < P_c \quad (4.20)$$

4.2. Einfaches Modell für die Leitfähigkeit bei teilweise verbundenen Schmelzfilmen und Ellipsoiden

Mit den in Kapitel 3.4. vorgestellten Ergebnissen über den Verbundenheitsgrad statistisch verteilter Schmelzfilme und den aufgeführten Theorien über elektrische Leitfähigkeit schien es sinnvoll, ein einfaches Leitfähigkeitsmodell aufzustellen. Madden (1976) argumentiert, daß die Topologie eines Netzwerkes im Vergleich zu den möglichen Variationen der einzelnen Widerstände einen geringen Einfluß auf die effektive Leitfähigkeit ausübt, da fast alle Netzwerke aus Reihen- und Parallel-Schaltungen zusammengesetzt sind. Es wird daher vermutet, daß bei geeigneter Wahl oder Abschätzung entsprechender Größen (wie Z und P) die im letzten Abschnitt aufgeführten Formeln auch auf statistisch aufgebaute Widerstandsnetze anwendbar sind.

Eine einfache Approximation von statistisch verteilten Schmelzfilmen stellt die Grenzflächenbenetzung eines kubischen Gitters dar. Um nun ein solches Schmelzsystem durch ein Widerstandsnetz zu approximieren bietet sich z.B. die Möglichkeit, für jede Fläche einen Satz von vier Widerständen anzunehmen (Abb. 64). In einem solchen Modell ergibt sich als Koordinationszahl $Z = 4$. Ein

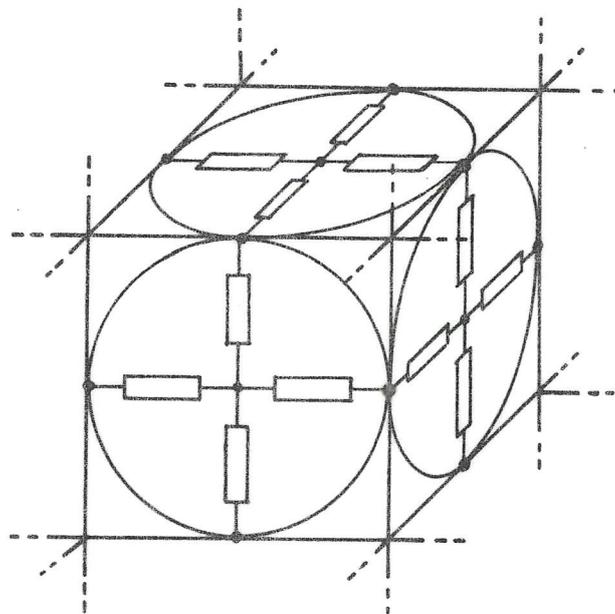


Abb. 64: Widerstandsmodell für Schmelzfilme in einem kubischen System.

vollständiger Verbundenheitsgrad liegt vor, wenn für jede Leitfähigkeit $Y_i = 1/R_i$ eine nur durch Schmelze bedingte Leitfähigkeit Y_f gesetzt werden kann, bzw. wenn jeder Schmelzfilm mit 12 Nachbarn in Verbindung steht. Bei herabgesetztem Verbundenheitsgrad ist für die entsprechenden Widerstände, die die Festkörperleitfähigkeit zwischen isolierten Inklusionen beschreiben, ein hohes $R_o = 1/Y_o$ zu setzen.

Es wird nun versucht, die Ergebnisse über statistisch verteilte Inklusionen, insbesondere die im Kap. 3.4. gefundene Formel über die mittlere Anzahl von Verbindungen zu Nachbarinklusionen

$$\bar{n} = (c_1 + c_2/\alpha) \beta \quad (3.4.15)$$

auf ein solches Netzwerk anzuwenden. Die in Abb. 64 gewählte Anordnung der Filme ist sehr regelmäßig, für ein statistisch verteiltes System von Filmen wird für ein vollständig verbundenes Netz die Anzahl der von einer Inklusion berührten Nachbarn n_{\max} deutlich niedriger als 12 anzusetzen sein. Da, wie in Kap. 3.4. gefunden wurde, etwa für $\bar{n} > 4$ mit dem Verlust der Scherfestigkeit gerechnet werden muß, dürfte n_{\max} eher bei 4 als bei 12 liegen.

Es wird nun die Wahrscheinlichkeit definiert, daß ein beliebiger Widerstand die hohe Leitfähigkeit Y_f hat, daß ein Film also bis zum gedachten Knoten an den Kornkanten reicht, mit

$$P_f(\alpha, \beta) = \begin{cases} \bar{n}(\alpha, \beta) / n_{\max} & \bar{n} \leq n_{\max} \\ 1 & \bar{n} > n_{\max} \end{cases} \quad (4.21)$$

Abb. 65 zeigt nun verschiedene durchgeführte Ansätze am Beispiel mit $n_{\max} = 8$, $Z = 4$, $\alpha = 0.01$ und $\sigma_f = 1000 \cdot \sigma_o$. Eine untere Grenze für dieses Querverhältnis stellt die mit a bezeichnete Kurve für $\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{iso}}$ gemäß (4.6) für isolierte ellipsoidförmige Inklusionen dar. Berücksichtigt man eine Verbundenheitswahrscheinlichkeit $P = P_f$ gemäß (4.21), so ergibt sich (mit der Annahme $Y_o = 0$ als Leitfähigkeit für nicht durchgängige Verbindungen) nach (4.18)

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{P_f - \frac{2}{Z}}{1 - \frac{2}{Z}} \sigma_{\text{HS+}} \quad \left(\text{für } \frac{2}{Z} \leq P_f \leq 1\right) \quad (4.22)$$

Hierbei wird angenommen, daß die Leitfähigkeit bei vollständig

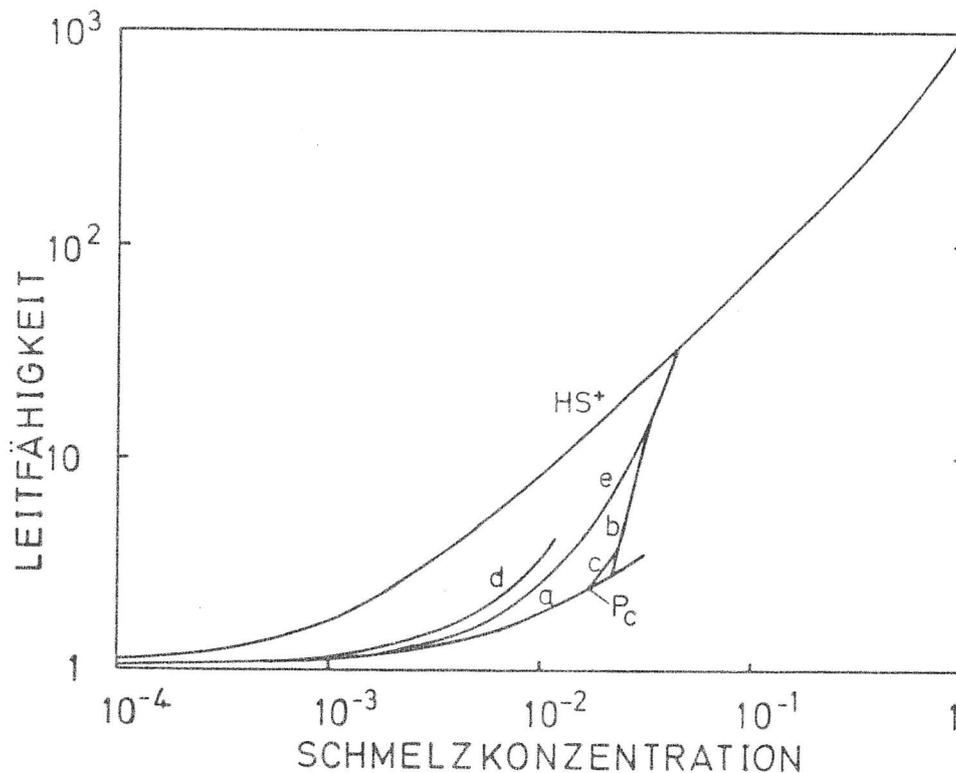


Abb. 65: Siehe Text

verbundenem Schmelzsystem durch die obere HS-Grenze gegeben ist. Addiert man noch die durch das Gestein mit den restlichen, als isoliert betrachteten Inklusionen gegebene Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_{iso}(\beta')$ mit $\beta' = \beta(1 - P_f)/(1 - 2/Z)$, so ergibt sich Kurve b. Die durch (4.17) gegebene kritische Verbundenheit P_c ist ebenfalls in der Abb. 64 gekennzeichnet und dürfte dazu führen, daß der Übergang von Kurve a nach Kurve b nicht abrupt verläuft, sondern mit einem von Kirkpatrick (1973) gefundenen Anstieg

$$\sigma_{eff} \sim (P_f - P_c)^{1/5}$$

erfolgt, wie durch Kurve c angedeutet. Berücksichtigt man andererseits für den Bereich $P_f < P_c$, daß die meisten Widerstände mit den hohen R_o -Werten belegt sind, daß also die Leitung zwischen den Inklusionen häufig durch das hochohmige Gestein verlaufen muß, dann ist mit der Annahme $R_f = 0$ Gleichung (4.20) anwendbar:

$$\sigma_{eff} = \sigma_{iso} \frac{\frac{2}{Z}}{\frac{2}{Z} - P_f} \quad (4.23)$$

Wegen $R_f = 0$ ist die sich hieraus ergebende Kurve d als obere Grenze für zum Teil verbundene, jedoch noch keine durchgängige Verbindung besitzende Inklusionen anzusehen.

Nachdem sich nun der Bereich, in dem ein nicht vollständiger Verbundenheitsgrad vorliegt, durch Kurve a, b, c nach unten und durch d nach oben abschätzen läßt, wurde das Ergebnis von Madden (1976) herangezogen, nach dem die effektive Leitfähigkeit bei unterschiedlichen Widerstandsverteilungen durch geometrische Mittelwertbildung angenähert werden kann. Der Einfachheit halber wurde eine bimodale Widerstandsverteilung angenommen, d.h. es dürfen im Netzwerk nur gleiche R_f und gleiche R_o vorkommen. Für $P_f = 0$ (alle Inklusionen isoliert) besteht dann dieses Netzwerk nur aus hohen R_o -Widerständen, deren effektive Gesamtleitfähigkeit definiert werden kann durch σ_{iso} . Für $P_f = 1$ (Schmelze vollständig verbunden) dürfen nur die niedrigen R_f -Widerstände auftreten, deren effektive Gesamtleitfähigkeit dann als σ_{HS+} definiert wird. Für beliebige P_f kann dann die effektive Leitfähigkeit durch

$$\sigma_{eff} = \sigma_{HS+}^{P_f} \sigma_{iso}^{(1-P_f)} \quad (4.24)$$

angenähert werden. (4.24) ist in Abb. 65 durch Kurve e dargestellt. Für die gewählten Daten liegt diese Kurve zwischen den Schranken a und d und nähert sich Kurve b an. Diese Eigenschaft verliert (4.24) jedoch bei zu großem Kontrast zwischen σ_{HS+} und σ_{iso} . Für $\sigma_f \leq 1000 \sigma_o$ dürfte (4.24) jedoch noch aussagekräftig bleiben.

Die gesamte von β und dem in Kapitel 3.4. eingeführten Verbundenheitsgrad abhängige effektive Leitfähigkeit kann also folgendermaßen für ein konstantes Querverhältnis beschrieben werden: Für kleine β sind die Inklusionen isoliert und σ_{eff} folgt Kurve a. Beginnt dann der Verbundenheitsgrad zuzunehmen, so steigt σ_{eff} gemäß Kurve e an, bis bei $P_f = \bar{n}/n_{max} = 1$ die obere HS+-Grenze erreicht wird. Bei weiterer Erhöhung von β folgt σ_{eff} schließlich der HS+-Kurve.

Um den Einfluß der willkürlichen Größe n_{max} abzuschätzen, wurde σ_{eff} für unterschiedliche n_{max} bei drei verschiedenen Querverhältnissen dargestellt (Abb. 66).

In Abb. 67 wurde nun σ_{eff} für ein als realistisch angesehenes $n_{max} = 4$ für den gesamten möglichen Bereich von Querverhältnissen dargestellt. Es wird deutlich, daß der Übergang von isolierten zu verbundenen Inklusionen für Querverhältnisse $\alpha \leq 0.001$ kaum mehr vom vollständig verbundenen Fall (= HS+-Grenze) zu unterscheiden ist. Vergleicht man die in Abb. 67 dargestellte Archie-

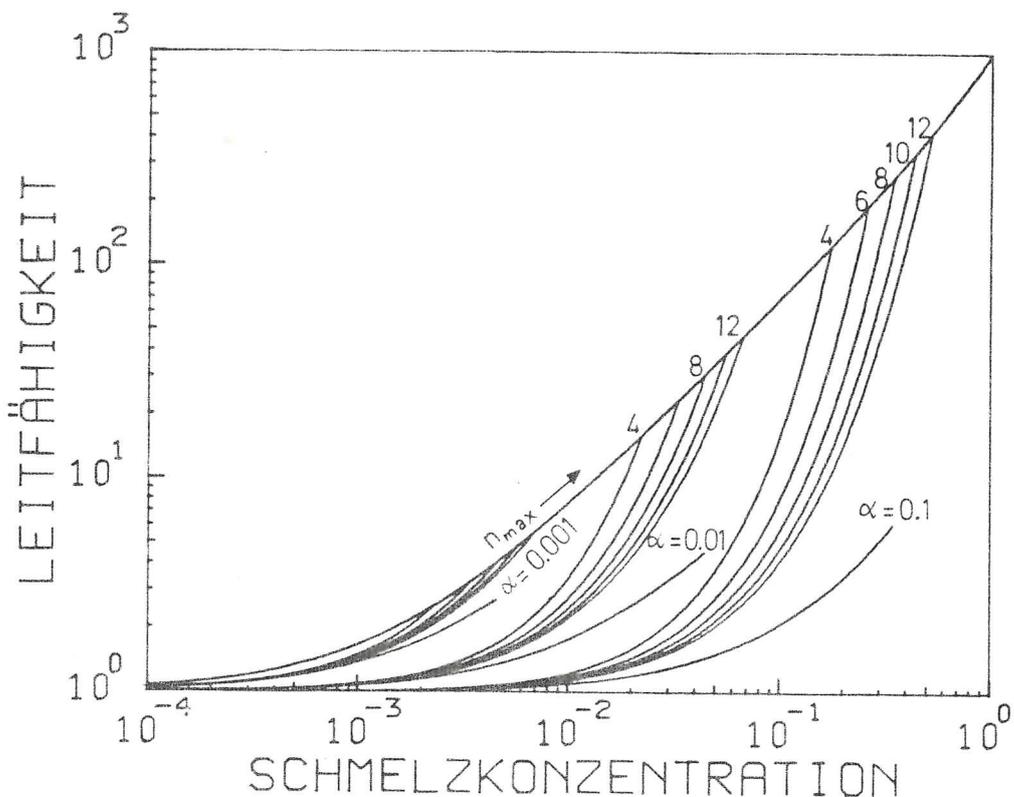


Abb. 66: Darstellung der effektiven Leitfähigkeit nach Glg. (4.24) für verschiedene n_{max} und α .

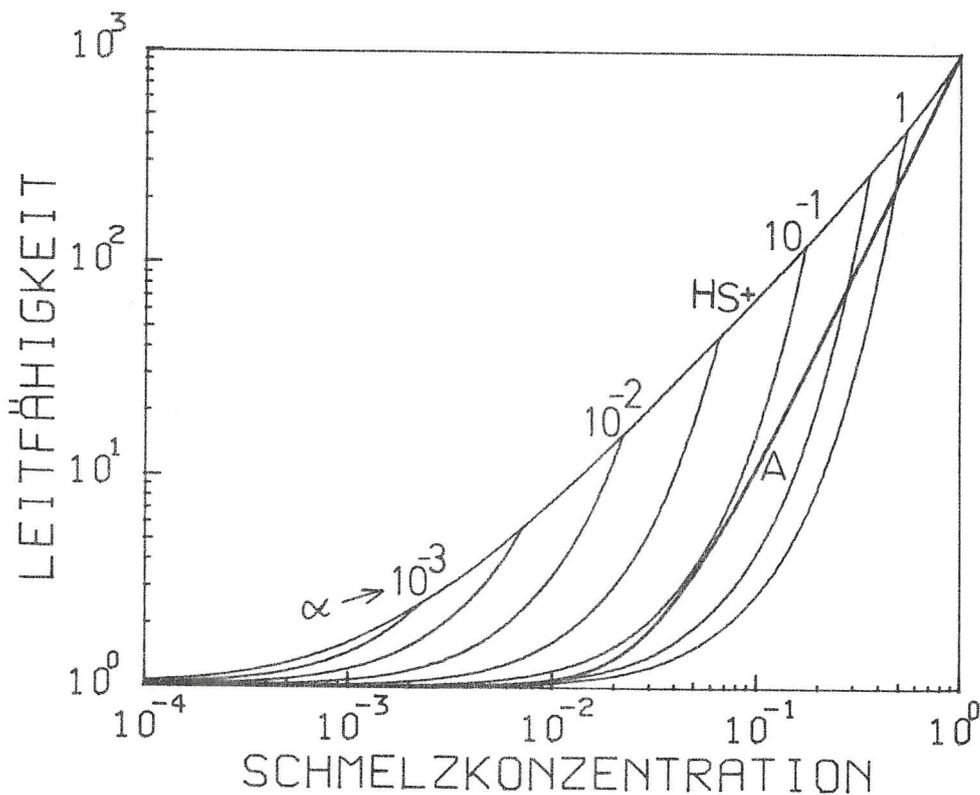


Abb. 67: σ_{eff} -Kurven für einen von α und β abhängigen Verbundenheitsgrad (nach Glg. (4.24)) mit $n_{max} = 4$, zusammen mit der HS+-Kurve und der Leitfähigkeit nach Archie's Gesetz (Kurve A).

Kurve (A) mit den Kurven für Querverhältnisse um 0.1, so ist eine Ähnlichkeit unverkennbar. Zwar ergibt sich aus (4.24) kein konstanter Exponent für die β -Abhängigkeit, wie es im Archie-Gesetz (4.7) oder (4.8) der Fall ist. Es ist jedoch ohne weiteres möglich, aus Abb. 67 eine effektive Leitfähigkeit zu konstruieren, die dem Archie-Gesetz folgt, indem man ein von β abhängiges Querverhältnis annimmt, das etwa bei wachsendem β von 0.06 bis auf 0.3 ansteigt. Ein solches Anwachsen von α mit β bei großem β dürfte in der Natur nicht unwahrscheinlich sein.

Es sollte noch auf einen grundsätzlichen Unterschied zum Leitfähigkeitsmodell von Shankland und Waff (1974) hingewiesen werden. Shankland und Waff identifizieren in ihren Netzwerken nur die Größe P_s (Anteil der vorhandenen Knotenpunkte) mit der Flüssigkeitskonzentration und lassen die Brücken unbeeinflusst von β . Das eben beschriebene Modell (4.24) berücksichtigt dagegen die Möglichkeit, daß bei zunehmendem Schmelzvolumen die einzelnen Filme an Volumen, also an Leitfähigkeit zunehmen und sich somit die in (4.18) definierte Leitfähigkeit des vollständig verbundenen Netzwerks σ_v durch die obere HS+-Grenze ausdrücken läßt.

Eine zu Abb. 67 äquivalente Darstellung von σ_{eff} zeigt Abb. 68. Diese Darstellung ermöglicht den Vergleich mit Elastizitätsmodellen und erlaubt die Interpretation von gegebenen σ_{eff} -Daten, wenn gleichzeitig Annahmen über $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_o$ und σ_f/σ_o gemacht werden können. In dem Diagramm mit der Schmelzkonzentration als Abszisse und dem Querverhältnis als Ordinate wurden Isolinien gleicher effektiver Leitfähigkeit eingezeichnet (nach Glg. (4.24)). Der Leitfähigkeitskontrast $\sigma_f/\sigma_o = 1000$ wurde beibehalten, die Zahlen an den Kurven stellen jeweils die betrachtete Leitfähigkeit als Vielfaches von σ_o dar. Die unteren senkrechten Abschnitte der Kurven liegen in α, β -Bereichen, in denen ein 100%-iger Verbundenheitsgrad vorliegt und stellen somit die $\sigma_{\text{eff}}(\beta)$ -Werte der HS+-Grenze dar. Bei der Interpretation von Daten aus anomalen Mantelregionen wurde bisher nur der in diesem Bereich gültige vollständige Verbundenheitsgrad berücksichtigt. Für größere Querverhältnisse gelangt man in Bereiche herabgesetzten Verbundenheitsgrades, in denen im Rahmen des hier vorgestellten Modells die gleichbleibende effektive Leitfähigkeit nur durch größere Schmelzkonzentrationen erklärt werden kann. Hieraus ergibt sich

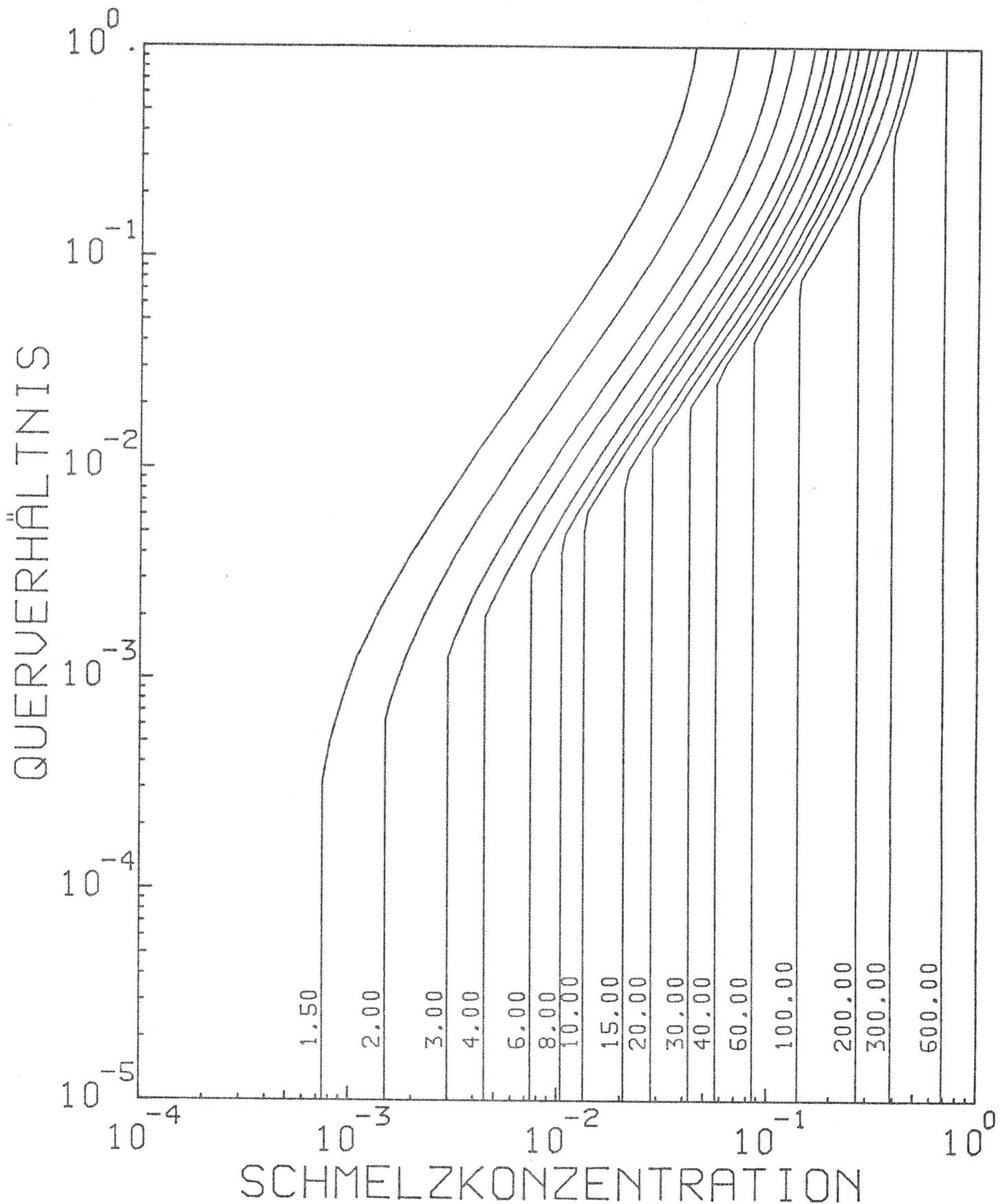


Abb. 68: Linien gleicher effektiver Leitfähigkeit für ein σ_f/σ_o -Verhältnis von 1000. Die Zahlen an den Kurven geben das Verhältnis $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_o$ an. Oberhalb der Knickpunkte sind die Inklusionen nicht mehr vollständig zusammenhängend; ($n_{\text{max}} = 4$).

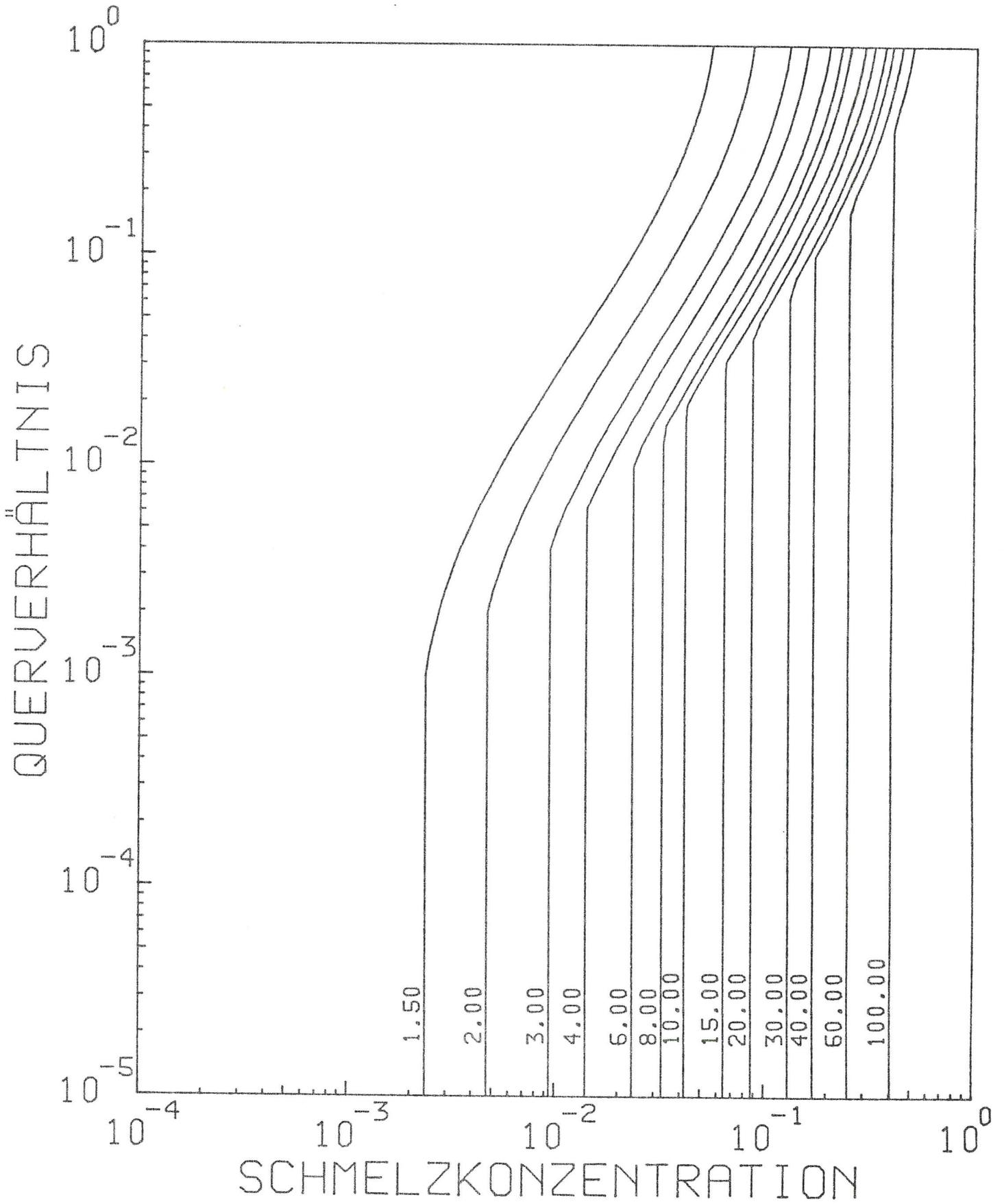


Abb. 69: Wie Abb. 68, jedoch $\sigma_f/\sigma_o = 316$.

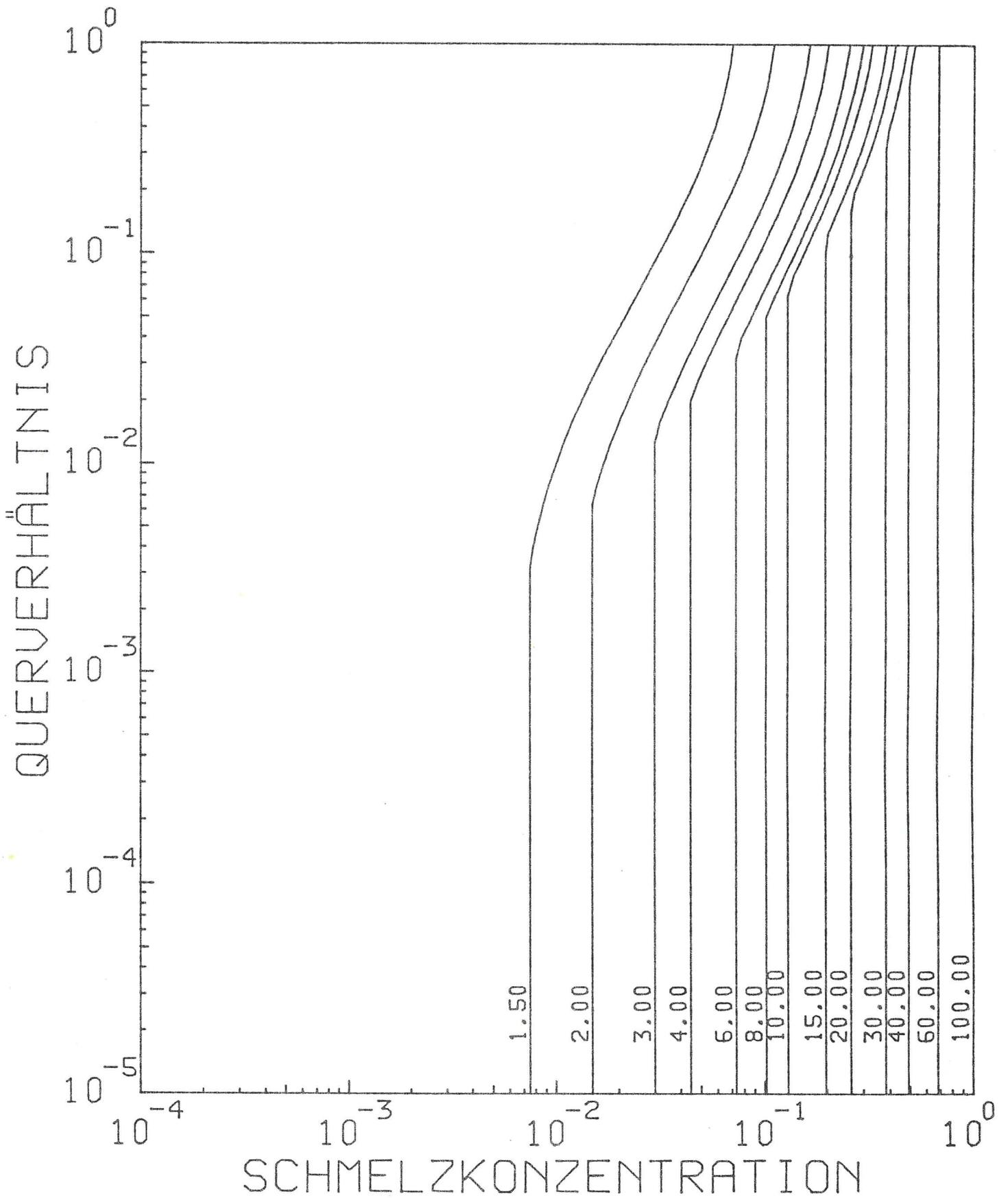


Abb. 70: Wie Abb. 68, jedoch $\sigma_f / \sigma_o = 100$.

das Abknicken der Kurven nach rechts und eine deutliche Abhängigkeit der Kurven von α .

Für den Fall, daß andere σ_f / σ_o -Verhältnisse gegeben sind, sind in Abb. 69 und 70 entsprechende Diagramme für $\sigma_f / \sigma_o = 316$ bzw. 100 dargestellt.

4.3. Leitfähigkeitsmodelle für Schmelzsysteme mit unterschiedlichen Inklusionen

Die Leitfähigkeitsgleichungen für verschiedene Schmelzgeometrien (4.2, 4.5, 4.24) gelten nur für jeweils gleiche Element- oder Inklusionsleitfähigkeiten. Mit Hilfe der für Netzwerke geltenden Formeln (4.9, 4.10, 4.13) oder direkt mit den Glgn. (4.16) oder (4.16a) für Porensysteme können jedoch auch Variationen der einzelnen Leitfähigkeiten berücksichtigt werden. Aus (4.16) bzw. (4.16a) geht hervor, daß eine solche Varianz der einzelnen Elementleitfähigkeiten in einer Abnahme der Gesamtleitfähigkeit resultiert, solange ihr arithmetisches Mittel erhalten bleibt.

In diesem Abschnitt soll zunächst anhand von zwei einfachen Verteilungen der Elementleitfähigkeiten die Abnahme der Gesamtleitfähigkeit demonstriert werden und dann für Schmelzsysteme, bestehend aus Filmen und Kugeln bzw. Kugeln und Kanälen, die Gesamtleitfähigkeit abgeschätzt werden.

Gleichung (4.16) lautet, geltend für ein zusammenhängendes Porensystem:

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{\beta}{U} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta_y^2}{\bar{y}}\right) \cdot \sigma_f \cong \frac{\beta}{U} \frac{\bar{y}}{Y_m} \sigma_f \quad (4.16, 4.16a)$$

wobei U eine geometrische Umwegkonstante und δ_y die Varianz und \bar{y}/Y_m der Quotient aus geometrischem und arithmetischem Mittel der Leitfähigkeiten war. (4.16) berücksichtigt nicht die Gesteinsleitfähigkeit. Zur Bestimmung von U für spezielle Schmelzgeometrien sei $\delta_y = 0$ gesetzt, also alle Inklusionen gleich angenommen. Die spezifische Leitfähigkeit von Schmelzfilmen läßt sich angeben als $\sigma_{\text{eff}} \approx \frac{2}{3} \beta \sigma_f$ (vgl. 4.3), während für Kanäle gilt: $\sigma_{\text{eff}} \approx \frac{1}{3} \beta \sigma_f$. Hiermit läßt sich U abschätzen, und man kann schreiben, wenn man die spezifische Leitfähigkeit des Gesteins, entsprechend wie bei

(4.4) und (4.5), mit berücksichtigt

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{2}{3} \beta \sigma_f G + (1 - \beta) \sigma_0 \quad \text{für Filme} \quad (4.25)$$

$$\sigma_{\text{eff}} \cong \frac{1}{3} \beta \sigma_f G + (1 - \beta) \sigma_0 \quad \text{für Kanäle} \quad (4.26)$$

mit $G \cong (1 - \frac{1}{2} \delta_Y^2) \cong \bar{Y}/Y_m$, dem Quotient aus geometrischem und arithmetischem Mittel der Leitfähigkeiten.

Als erster Fall sei nun eine gleiche Verteilung von $N+1$ Elementleitfähigkeiten Y_i zwischen Y_+ und Y_- angenommen. Mit dem arithmetischen Mittelwert $Y_m = (Y_+ + Y_-)/2$ läßt sich die Leitfähigkeit des i -ten Elements schreiben

$$Y_i = Y_m + \frac{i}{N/2} \frac{Y_+ - Y_-}{2} \quad \text{für } -N/2 \leq i \leq +N/2 \quad (4.27)$$

$$Y_i = Y_m (1 + \delta_i) \quad (4.28)$$

Die hier definierten δ_i ergeben dann die Varianz δ_Y

$$\delta_Y^2 = \frac{1}{N+1} \sum_{i=-N/2}^{N/2} \delta_i^2 \approx \left(\frac{Y_+ - Y_-}{Y_m} \right)^2 \cdot \frac{1}{12} \quad (N \text{ groß}) \quad (4.29)$$

δ_Y^2 wird für $Y_- = 0$ maximal für diese Verteilung mit $\delta_Y^2 \cong \frac{1}{3}$.

Aus dem geometrischen Mittel folgt bei dieser Verteilung für G :

$$G = \left(\frac{Y_+ Y_+}{Y_- Y_-} \right)^{\frac{1}{Y_+ - Y_-}} \cdot \frac{1}{Y_m e} \quad (e = 2.718\dots) \quad (4.30)$$

Als zweiter Fall sei eine gleiche Verteilung der Y_i bzgl. $\log Y$ zwischen Y_- und Y_+ angenommen, die z.B. in erster Näherung durch eine ebensolche Verteilung von Inklusionsquerschnitten hervorgerufen sei. Die Leitfähigkeit des Systems läßt sich dann näherungsweise durch das geometrische Mittel \bar{Y} aller Y_i bestimmen. Der Quotient aus dem geometrischen und arithmetischen Mittel bei obiger Verteilung lautet

$$G_{\log} = \frac{(Y_+ \cdot Y_-)^{\frac{1}{2}} \ln \frac{Y_+}{Y_-}}{Y_+ - Y_-} = \frac{\sqrt{C} \ln C}{C - 1} \quad \text{mit } Y_+ = C Y_- \quad (4.31)$$

Man erhält z.B. für $C = 10$ eine Leitfähigkeitsabnahme um 20%, für $C = 100$ eine um ca. 50%.

Es sei nun eine bimodale Verteilung von Inklusionen in Form von n_F Filmen mit dem Querverhältnis α und n_{Ku} Kugeln mit $N = n_F + n_{Ku}$ gegeben. Die zugehörigen Schmelzanteile seien β_F und β_{Ku} mit $\beta = \beta_F + \beta_{Ku}$. Unter der Annahme, die Ausdehnung der Filme und Kugeln sei gleich ($\hat{=}$ mittlerer Korngröße im Gestein), ihr Volumenverhältnis betrage also $V_F/V_{Ku} = \alpha$, folgt

$$\frac{n_{Ku}}{N} = \frac{\beta_{Ku} \alpha}{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha} \quad ; \quad \frac{n_F}{N} = \frac{\beta_F}{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha} \quad (4.32)$$

Wäre die Schmelze auf N gleich große Ellipsoide mit einem Querverhältnis $\tilde{\alpha}$ verteilt, so gilt für dieses $\tilde{\alpha}$:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\beta \alpha}{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha} \quad (4.33)$$

Mit Y_{Ku} und Y_F als äquivalente Leitfähigkeiten der Kugeln bzw. Filme lassen sich die Leitfähigkeiten der $\tilde{\alpha}$ -Ellipsoide zu

$$\tilde{Y} = Y_{Ku} \tilde{\alpha} = Y_F \tilde{\alpha} / \alpha \quad (4.34)$$

abschätzen. Hieraus läßt sich nun als Approximation der Gesamtleitfähigkeit Y das geometrische Mittel aus den einzelnen Y_{Ku} , Y_F -Leitfähigkeiten bilden:

$$Y \cong Y_{Ku}^{\frac{n_{Ku}}{N}} Y_F^{\frac{n_F}{N}} = \tilde{Y} G_{FKu} \quad (4.35)$$

mit $G_{FKu} = \left(\frac{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha}{\beta \alpha} \right)^{\frac{\beta_{Ku} \alpha}{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha}} \left(\frac{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta_F}{\beta_F + \beta_{Ku} \alpha}}$

Offensichtlich unterscheidet sich die spezifische Leitfähigkeit des Film-Kugel-Systems in erster Näherung um den Faktor G_{FKu} von der eines Schmelzsystems, dessen Inklusionen alle gleiche Gestalt haben. Die Leitfähigkeit des letzteren ist, unter Annahme eines vollständigen Verbundenheitsgrades, durch die HS+-Grenze oder ihre Näherung (4.3, 4.4) gegeben. Für ein Film-Kugel-System kann also die effektive spezifische Leitfähigkeit abgeschätzt werden, indem man in (4.25) G durch G_{FKu} ersetzt.

Aus (4.35) folgt, daß für kleine α und nicht zu große n_{Ku}/n_F die Größe G_{FKu} etwa proportional β_F ist. D.h., solange die Kugelinclusionen noch kein zusammenhängendes Schmelzsystem bilden, tragen sie zur Gesamtleitfähigkeit nur wenig bei. (4.35) sollte nur

als Näherung aufgefaßt werden, da für große n_{Ku}/n_F ein Schmelzsystem aus kugelförmigen Inklusionen nur schlecht durch ein Widerstandsnetzwerk repräsentiert werden kann.

In ähnlicher Weise wie oben läßt sich die Leitfähigkeit eines Schmelzsystems, bestehend aus Kugeln und Kanälen, abschätzen. Es sei eine Art Querverhältnis α_{Ka} für Kanäle mit einem von Mavko (1980) vorgeschlagenen Querschnitt definiert durch

$$\alpha_{Ka}^2 = \left(\frac{2R}{d} \right)^2 \left(1 - \frac{2}{(2+\epsilon)^2} \right) \quad (4.36)$$

wobei R und ϵ den Querschnitt beschreiben (siehe Abb. 14) und d die Länge des Kanals darstellt. Mit dem Volumen der Kugeln und dem der Kanäle (es lautet $\pi R^2 d (1 - 2/(2+\epsilon)^2)$), den Bedingungen

$$n_{Ku} + n_{Ka} = N \quad ; \quad \beta_{Ku} + \beta_{Ka} = \beta \quad (4.37)$$

wobei n_{Ku} , n_{Ka} , β_{Ku} , β_{Ka} die Anzahl bzw. der Schmelzanteil der Kugeln und Kanäle ist und der Annahme, die Ausdehnung der Kanäle sei gleich der der Kugeln, folgt

$$\frac{n_{Ku}}{N} = \frac{\frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2}{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2} \quad ; \quad \frac{n_{Ka}}{N} = \frac{\beta_{Ka}}{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2} \quad (4.38)$$

Die Leitfähigkeit eines Kanals lautet

$$Y_{Ka} = \frac{1}{4} \sigma_f \pi \alpha_{Ka}^2 d \quad (4.39)$$

Die Leitfähigkeit einer Kugel läßt sich durch die eines in der Dimension ähnlichen Zylinders abschätzen

$$Y_{Ku} \approx \frac{1}{6} \sigma_f \pi d \quad (4.40)$$

Wie beim Film-Kugel-Fall kann man diese Leitfähigkeiten durch eine hypothetische Kanalleitfähigkeit \tilde{Y} , die bei gleichem β und N für ein System mit untereinander gleichen Kanälen gelten würde, ausdrücken. Man erhält dann analog zu (4.35) als Approximation der Gesamtleitfähigkeit

$$Y = Y_{Ku} \frac{n_{Ku}}{N} + Y_{Ka} \frac{n_{Ka}}{N} = \tilde{Y} G_{KK} \quad (4.41)$$

$$\text{mit } G_{KK} = \left(\frac{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2}{\beta} \right) \frac{\beta_{Ka}}{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2} \cdot \left(\frac{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2}{\frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2} \right) \frac{\frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2}{\beta_{Ka} + \frac{3}{2} \beta_{Ku} \alpha_{Ka}^2}$$

Wieder erniedrigt sich die Gesamtleitfähigkeit verglichen mit dem Fall untereinander identischer Inklusionen durch den Faktor G_{KK} . Die spezifische Leitfähigkeit für gleiche Kanäle war durch die Formel (4.5) gegeben, für eine Kanal-Kugel-Überlagerung ist also offensichtlich das G in (4.26) durch G_{KK} zu ersetzen.

Es gilt analog zu oben für kleine α_{Ka} und nicht zu große n_{Ku}/n_{Ka} die Proportionalität $G_{KK} \sim \beta_{Ka}$, die Gesamtleitfähigkeit wird in diesem Fall also hauptsächlich durch die Kanäle und nicht durch die Kugeln bestimmt. Auch (4.41) sollte nur für nicht zu große n_{Ku}/n_{Ka} benutzt werden, da sonst das \tilde{Y} -Schmelzsystem nicht mehr durch ein Widerstandsnetzwerk repräsentiert werden kann.

Eine Überlagerung von Filmen und Kanälen braucht nicht explizit durchgeführt zu werden, da, wie man Abb. 63 entnehmen kann, der Unterschied zwischen Kanal- und Filmmodell nicht sehr groß ist.

4.4. Interpretation elektrischer Leitfähigkeiten von Gesteinen bei hohen Temperaturen

Die in den Kapiteln 4.1. bis 4.3. zusammengestellten Leitfähigkeitsmodelle bilden nun einen zu den elastischen Schmelzmodellen äquivalenten Satz bezüglich der Schmelzgeometrie. Während die elastischen (unrelaxierten) Moduli nur schwach temperaturabhängig sind, und somit die Modelle direkt bei der Interpretation relativer Erniedrigungen seismischer Geschwindigkeiten herangezogen werden können, zeigt die elektrische Leitfähigkeit auch bei ungeschmolzenen Gesteinen schon eine starke Temperaturabhängigkeit. Es ist daher erforderlich, in den oben aufgestellten Leitfähigkeitsmodellen die Temperaturabhängigkeit zu berücksichtigen.

Im nächsten Abschnitt werden typische temperaturabhängige Leitfähigkeiten von Mantelgesteinen und Schmelzen aus Labormessungen

zusammengestellt, womit dann im darauffolgenden Abschnitt die Schmelzmodelle direkt anwendbar zur Interpretation von gegebenen in situ-Leitfähigkeiten gemacht werden.

4.4.1. Zusammenstellung von Leitfähigkeitsdaten aus Labormessungen

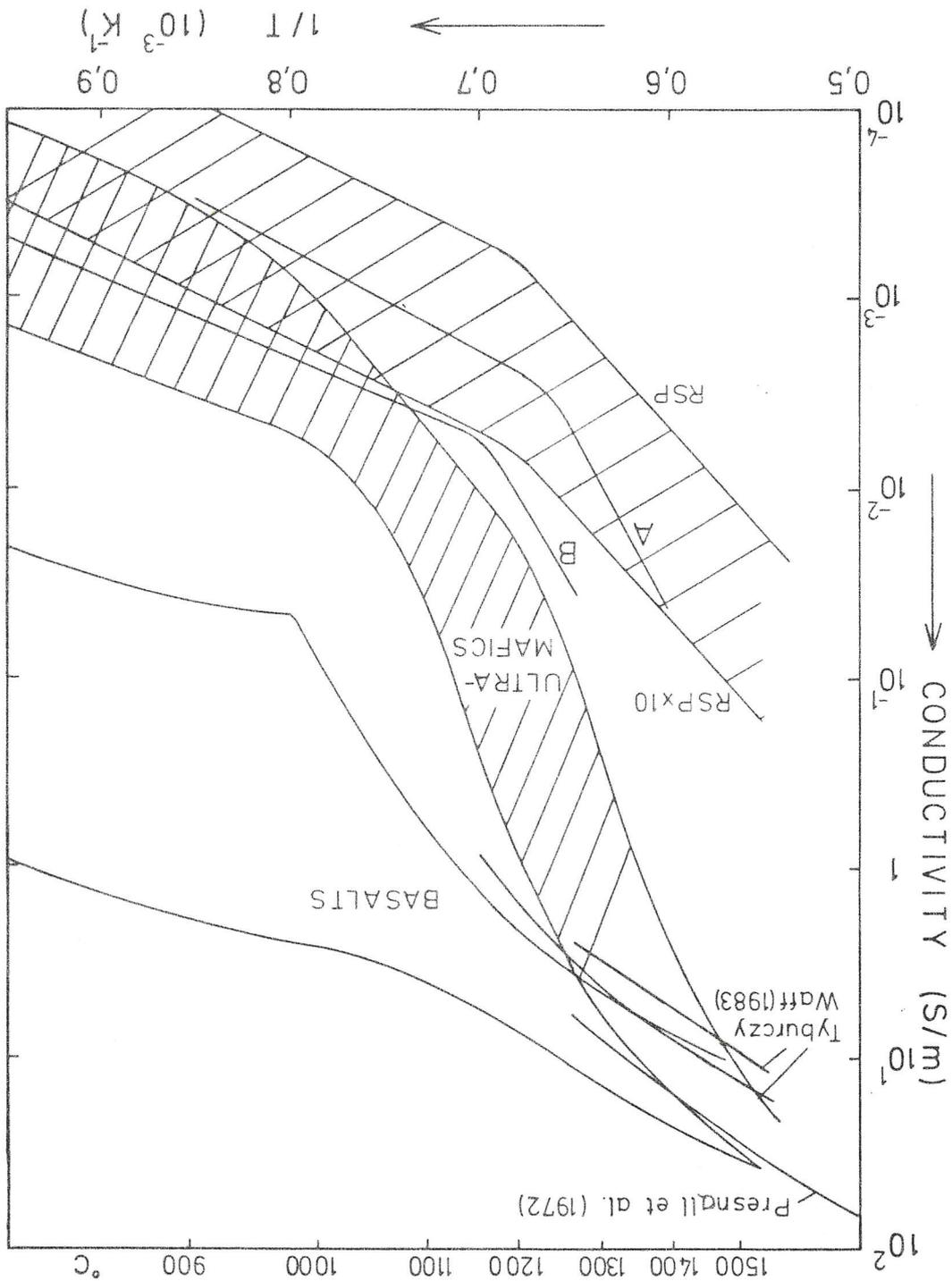
Um die vorgestellten Leitfähigkeitsgesetze auf den Erdmantel anwenden zu können, müssen die Festkörper- und Schmelzleitfähigkeiten aus der Literatur entnommen werden. Experimentelle Bestimmungen der Gesteinsleitfähigkeiten und deren Extrapolationen zu hohen Temperaturen fallen in einen breiten Bereich, so daß zur Zeit noch Unklarheit über das tatsächliche elektrische Verhalten unter Mantelbedingungen herrscht.

Da Polykristalle im allgemeinen eine höhere elektrische Leitfähigkeit als Einkristalle aufweisen, läßt sich der mögliche, für den Mantel relevante Bereich nach unten eingrenzen durch Leitfähigkeitsbestimmungen an Forsterit- und Pyroxeneinkristallen. Solche Messungen wurden von Duba et al. (1974; 1973) durchgeführt. Sie zeigen keine signifikante Druckabhängigkeit. Die gemessene Leitfähigkeit für natürlichen Forsterit ist in Abb. 71 mit RSP ("red sea peridotite") bezeichnet. Shankland und Waff (1977) schlagen als obere Grenze für die Gesteinsleitfähigkeit im Mantel die mit $RSP \times 10$ gekennzeichnete Kurve in Abb. 71 vor. Sie ergibt sich einfach aus Multiplikation der RSP-Kurve mit dem Faktor 10 und soll einen möglicherweise höheren Sauerstoffpartialdruck und besser leitende "verunreinigte" Korngrenzen berücksichtigen.

Die an unserem Institut durchgeführten Leitfähigkeitsmessungen unter Normaldruck und in Argonatmosphäre an Duniten (87% Fo₉₄, 8% Pyroxen) (Berckhemer et al. 1982b; Abb. 71, mit A bezeichnet) fallen unterhalb der Solidustemperatur gut in den beschriebenen Bereich. Sie stimmen im entsprechenden Temperaturbereich sehr gut mit Messungen an polykristallinem Forsterit (Schock et al., 1977) überein. Zusätzlich stellten Schock et al. (1977) fest, daß die Leitfähigkeit nur sehr schwach druckabhängig ist.

Die ebenfalls an unserem Institut durchgeführten Messungen an Lherzolith-Peridotit (58% Fo₉₆, 38% Pyroxene) fallen etwa mit der oberen $RSP \times 10$ -Grenze zusammen (Kurve B). An den Proben wurden oberhalb von 1200°C Spuren von Pyroxen-Schmelze beobachtet, so daß die

Abb. 71: Darstellung der elektrischen Leitfähigkeit für Mantelgesteine aus Labormessungen (nach Rai und Manghani, 1978a). Zusätzlich zu den drei Bereichen, RSP - RSPx10 ("red sea peridotite", Messungen an Einkristallen), ultramafische Gesteine (Rai und Manghani, 1978a) und Basalte (A) und Lherzolith (B) von Berckheimer et al. (1982b) und an vollständig geschmolzenen Basalten gezeigt. Die beiden Messungen von Tyburczy und Waff (1983) wurden an Hawaii-Tholeiit-Schmelzen bei 0 kb (obere Kurve) und bei 17 kb (untere Kurve) durchgeführt.



Änderung der Temperaturabhängigkeit oberhalb von 1200°C nicht allein durch die Änderung des Leitungsmechanismus im Olivin (Duba et al., 1974) erklärt werden kann.

Deutlich höhere Leitfähigkeiten wurden von Rai und Manghnani (1978a) an ultramafischen Gesteinen (Granat-Peridotit, Spinell-Lherzolith, Eklogit u.a.) beobachtet. Sie sind als breites Band eingetragen und mit ultramafisch bezeichnet. Für Temperaturen oberhalb von 1200°C sind sie partiell geschmolzen, was zu einem starken Leitfähigkeitsanstieg verglichen mit RSP x 10 führt.

Leitfähigkeitsbestimmungen an basaltischen Schmelzen sind von Waff und Weill (1974), Presnall et al. (1972), Rai und Manghnani (1978b) und Tyburczy und Waff (1983) durchgeführt worden. Sie liegen oberhalb der Liquidustemperatur von Basalt relativ nahe beieinander (Abb. 71). Die Messungen an Hawaii-Tholeiit-Schmelze von Tyburczy und Waff zeigen bis 10 kb eine deutliche, über 10 kb nur noch eine schwache Druckabhängigkeit der Leitfähigkeit.

4.4.2. Numerische Leitfähigkeitsmodelle zur Interpretation von Beobachtungsdaten

In diesem Kapitel sollen die in Kap. 4.2. und 4.3. aufgestellten Leitfähigkeitsmodelle in eine Darstellung gebracht werden, die die Temperaturabhängigkeit mit berücksichtigt.

Indirekt ist eine temperaturabhängige Interpretation schon mit Hilfe der in Kap. 4.2. gezeigten Diagramme für Filme und Ellipsoide möglich (Abb. 68, 69, 70). Dazu sollte σ_{eff} selbst jedoch schon als Funktion der Temperatur gegeben sein, z.B. aus Labormessungen. Für Temperaturen oberhalb der Solidustemperatur ist dann eine Abschätzung von σ_0 möglich, so daß man ein temperaturabhängiges $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_0$ -Verhältnis erhält. Man kann also in den Abb. 68 bis 70 jeder $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_0$ -Kurve eine Temperatur zuordnen. Je nach Annahme über das zugehörige σ_f/σ_0 -Verhältnis ist dann schließlich das geeignete Diagramm (Abb. 68, 69 oder 70) zu wählen.

Eine Darstellung, die direkt die Temperaturabhängigkeit von σ_0 , σ_{eff} und σ_f berücksichtigt, wurde von Shankland und Waff (1977) gegeben. Die effektive Leitfähigkeit eines angenommenen Leitfähigkeitsmodells - es sei hier zunächst die HS+-Grenze für zusammenhängende Filme gleicher Geometrie genommen - ist zunächst abhängig

von der Schmelzkonzentration β und den Festkörper- bzw. Schmelzleitfähigkeiten σ_o , σ_f :

$$\sigma_{\text{eff}} = f(\beta, \sigma_o, \sigma_f)$$

Durch Annahme geeigneter σ_o und σ_f als Funktion von der Temperatur (z.B. aus Abb. 71) kann σ_{eff} in eine Abhängigkeit von der Temperatur gebracht werden:

$$\sigma_{\text{eff}} = f(\beta, T)$$

Diese σ_{eff} können nun in Form von Isolinien in einem Temperatur-Schmelzanteil-Diagramm dargestellt werden.

Abb 72 zeigt in dieser Darstellung das HS+-Modell mit folgenden Annahmen über σ_o und σ_f : für σ_o wurde $\text{RSP} \times 10$ (in Übereinstimmung mit Shankland und Waff, 1977) gewählt, gestützt außerdem durch die gute Übereinstimmung mit den an unserem Institut gewonnenen Peridotitdaten (Kurve B in Abb. 71) im Subsolidusbereich; für σ_f schien die erst kürzlich bestimmte untere, für 17 kb geltende Kurve für Hawaii-Tholeiit-Schmelze (Tyburczy und Waff, 1983) am geeignetsten.

Die Schnittpunkte der Kurven mit der Temperaturachse geben die $\sigma_o(T)$ -Werte wieder und benötigen zur Erklärung gegebener σ_{eff} -Daten keine Schmelze. Erhöht man bei fester Temperatur den Schmelzanteil, so erhöht sich durch zunehmende σ_f -Leitung die Gesamtleitfähigkeit. Nimmt schließlich die Temperatur und der Schmelzanteil gleichzeitig zu, wie z.B. im Laborexperiment, so erhöht sich die effektive Leitfähigkeit einmal aufgrund der zunehmenden σ_f -Leitungswege und zum anderen wegen der Zunahme der σ_o - und σ_f -Werte selbst, man schneidet die Isolinien diagonal.

Dargestellt ist in Abb. 72 das HS+-Modell, also die höchsten effektiven Leitfähigkeiten bei gegebenem Schmelzanteil und σ_o , σ_f -Kurven. Dies äußert sich in der Steigung der Kurven. Jedes andere isotrope Modell wird zu flacheren Kurven führen.

Kennt man nun die Schmelzkurve, so ergeben sich aus ihrem Schnittpunkt mit den σ_{eff} -Kurven für ein gegebenes σ_{eff} eindeutig die zugehörige Temperatur und der Schmelzanteil. In Abb. 72 ist die Pyrolit-Schmelzkurve von Ringwood (1975) für 30 kb und 0.1% Wassersättigung als repräsentativ für den Mantel eingetragen (vgl. Abb. 4).

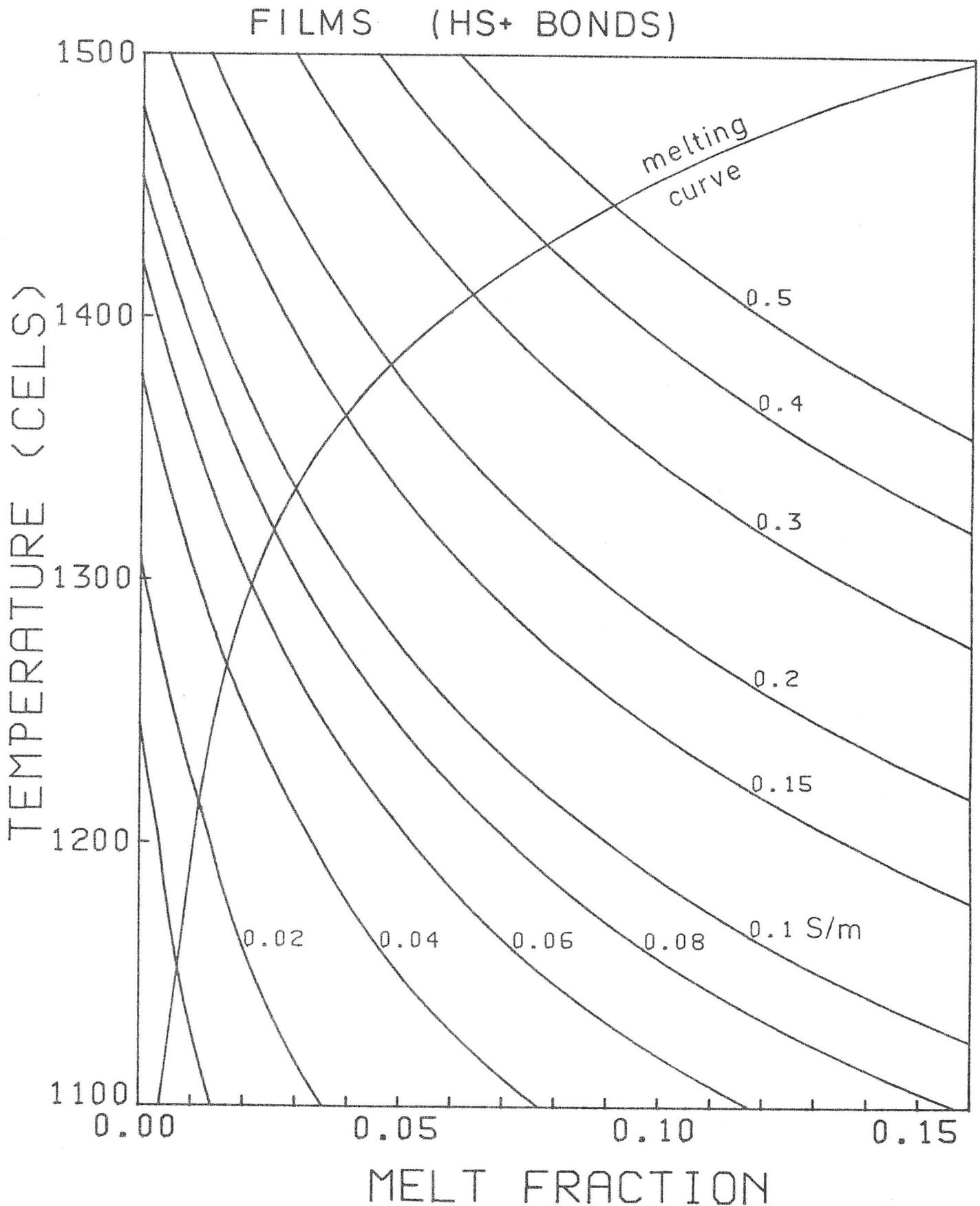


Abb. 72: Linien gleicher effektiver Leitfähigkeit für vollständig zusammenhängende gleiche Schmelzfilme (= HS+-Grenze). Annahmen für σ_o : RSP x 10, für σ_f : Hawaii-Tholeiit-Schmelze bei 17 kb (Tyburczy und Waff, 1983). Schmelzkurve von Ringwood (1975) für Pyrolit mit 0.1% H₂O unter 30 kb Umgebungsdruck.

Bevor nun weitere Modelle vorgestellt werden, soll gezeigt werden, wie sich die Wahl bestimmter σ_o - und σ_f -Kurven auf die Modelle auswirkt. Abb. 73 zeigt für ein festes $\sigma_{eff} = 0.1$ S/m HS+-Modellkurven für unterschiedliche σ_o - und σ_f -Annahmen (durchgezogene bzw. gestrichelte Kurven). Die durchgezogenen Kurven mit unterschiedlichen σ_o -Annahmen wurden jeweils bei gleichem $\sigma_f(T)$ berechnet. Für $\sigma_f(T)$ wurde dazu die von Tyburczy und Waff (1983) bestimmte Kurve für Hawaii-Tholeiit-Schmelze bei 17 kb gewählt. Die den gezeigten Kurven zugrunde liegenden Annahmen für σ_o lauten: Für RSP und RSP x 10 wurden die in Abb. 71 dargestellten Kurven gewählt. Für A1 wurde der Subsolidusast der Kurve A (Abb. 71) zu hohen Temperaturen hin linear extrapoliert. Für A2 wurde der Subsolidusast der Kurve A bis 1244°C genommen, für größere T dann ein Anstieg parallel zur RSP-Kurve gewählt. RM schließlich ergab sich aus der Extrapolation des Subsolidusastes der Messungen an Spinell-Lherzolith von Rai und Manghnani (1978a). Man erkennt, daß die Kurven mit wachsender Schmelzkonzentration konvergieren, σ_{eff} wird dabei zunehmend unabhängiger von σ_o .

Bei der Variation der σ_f -Annahmen wurde für σ_o die RSP x 10-Kurve gewählt. Für σ_f wurden dann die je nach Umgebungsdruck unterschiedlichen Meßergebnisse für Hawaii-Tholeiit-Schmelze von Tyburczy und Waff (1983) genommen. Die resultierenden gestrichelten Kurven laufen für zunehmende Schmelze auseinander, für kleine β verliert σ_f an Einfluß.

Aus der Abb. 73 geht hervor, daß die σ_{eff} -Kurven für das hier gewählte HS+-Modell einen Bereich mit einer Breite von etwa 2% - 5% Schmelzanteil bei jeweils fester Temperatur überstreichen. Den folgenden Modellen liegt nun für σ_o die RSP x 10-Annahme und für σ_f die 17 kb-Kurve für Hawaii-Tholeiit-Schmelze zugrunde.

Wie Waff (1974) gezeigt hat, ist die effektive Leitfähigkeit für ein vollständig zusammenhängendes Schmelzfilmsystem durch die HS+-Grenze gegeben. Die entsprechenden σ_{HS+} -Kurven waren in Abb. 72 dargestellt. In Kap. 3.4. wurde jedoch die Möglichkeit diskutiert, daß für kleine Schmelzkonzentrationen der Verbundenheitsgrad reduziert sein kann. Es wurde daher quantitativ mit Hilfe der Gleichungen (3.4.15), (4.21, mit $n_{max} = 4$) und (4.24) der von α und β abhängige Verbundenheitsgrad berücksichtigt. Die resultierenden σ_{eff} -Kurven sind in Abb. 74 zunächst für ein Querverhältnis von ~ 0.03 zusammen mit den schon in Abb. 72 gezeigten HS+-Kurven (ge-

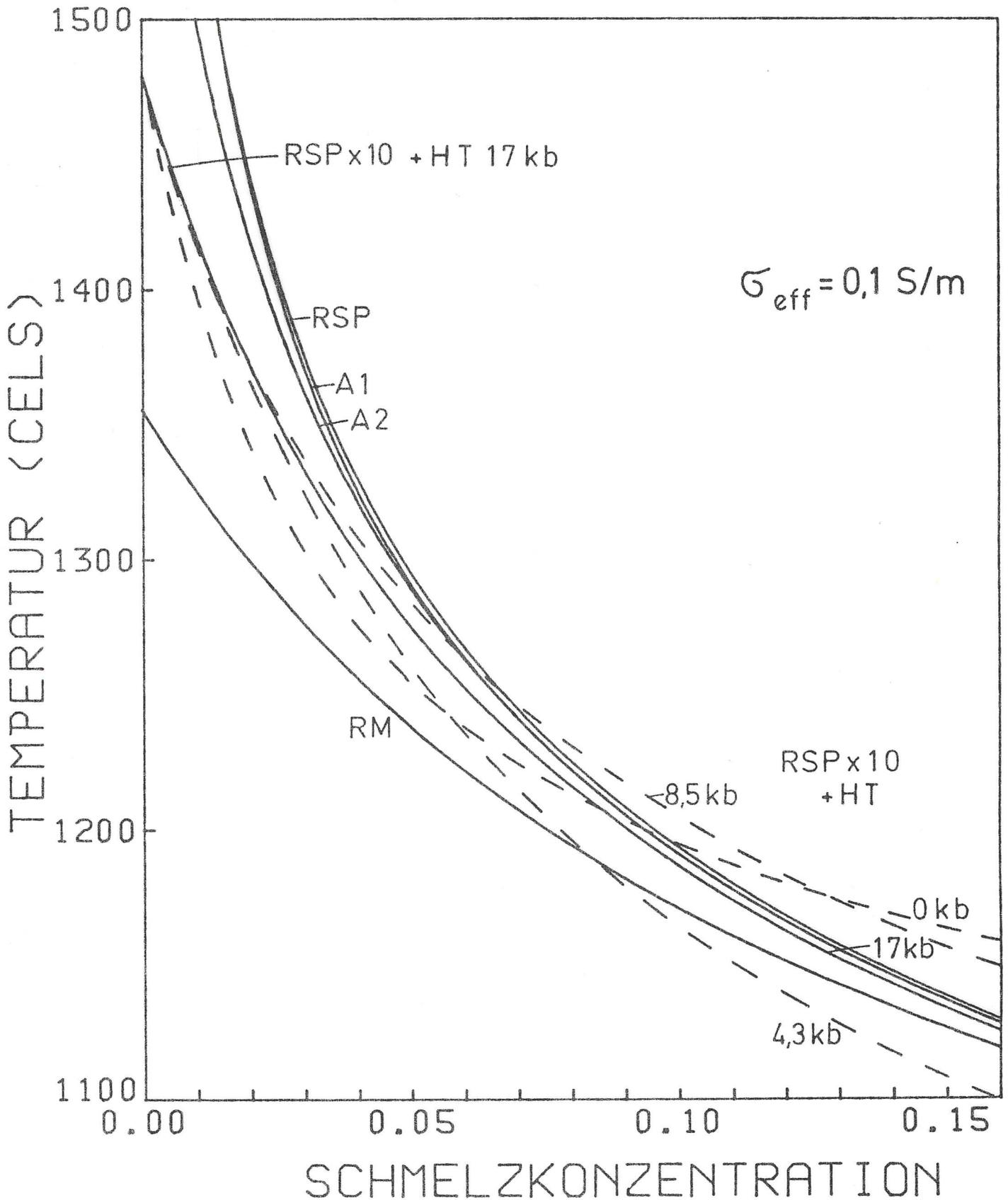


Abb. 73: 0.1 S/m-Kurven für das Filmmmodell (HS+) für verschiedene Annahmen über σ_o (durchgezogen) und σ_f (gestrichelt). σ_f für die durchgezogenen Kurven: Hawaii-Tholeiit-Schmelze bei 17 kb, σ_o für die gestrichelten Kurven: RSP x 10. Bedeutung der übrigen Symbole: siehe Text.

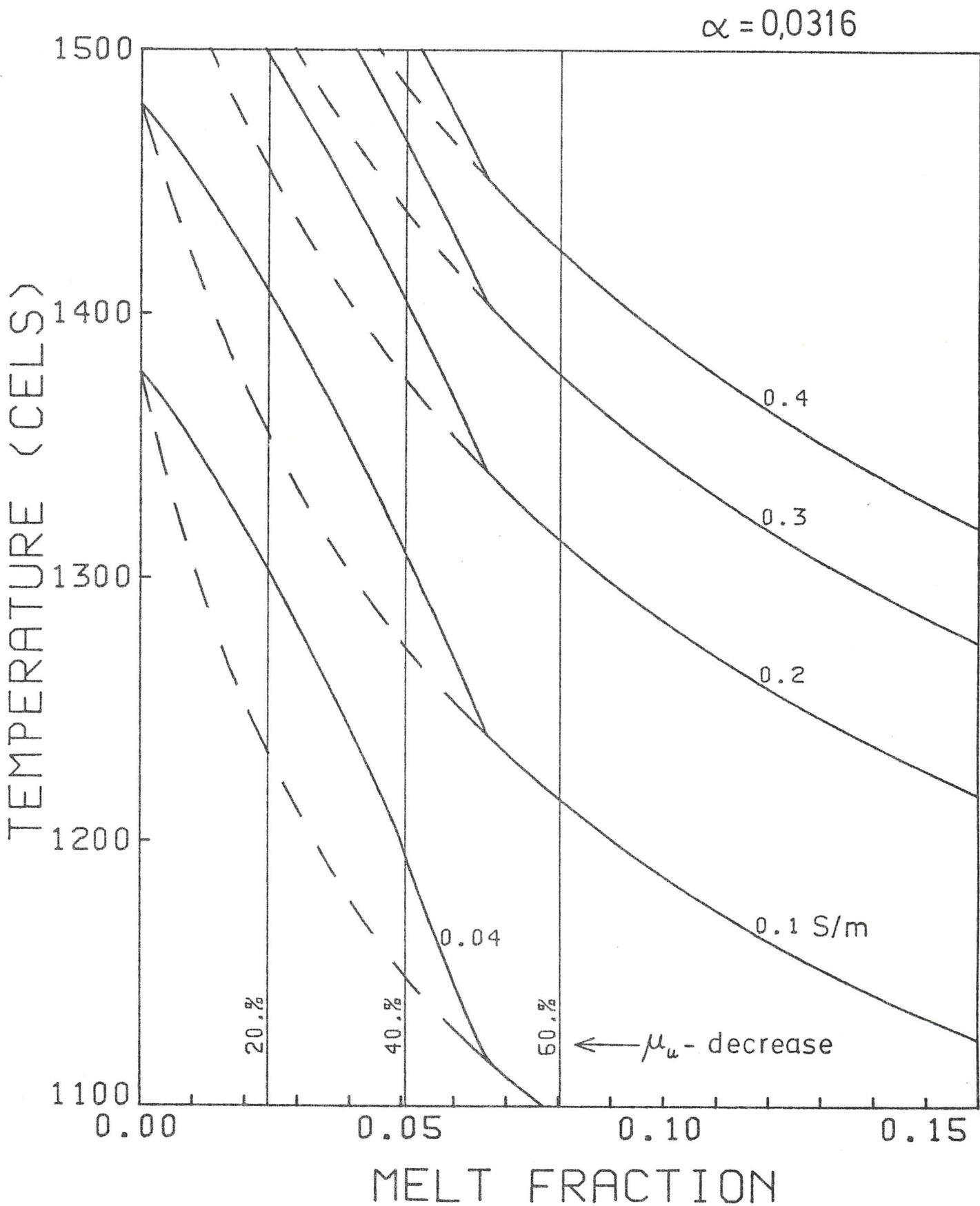


Abb. 74: Vergleich zwischen dem Modell mit 100%-igem Verbundenheitsgrad (= HS+, gestrichelte Kurven) und dem mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad (durchgezogene Kurven) für das Querverhältnis 0.0316 und $n_{\max} = 4$. Senkrechte Linien geben den Abfall des unrelaxierten Schermoduls in Prozent an (siehe hierzu auch Abb. 32).

strichelt) dargestellt. Im Vergleich zu den HS+-Kurven zeigen sie für kleine β einen schwächeren Abfall, benötigen also für die gleiche Leitfähigkeit mehr Schmelze. Für das gewählte Querverhältnis von ≈ 0.03 wird ein 100%-iger Verbundenheitsgrad bei etwa 7% Schmelze erreicht, die Kurven laufen dann zusammen.

Die senkrechten Linien geben den Abfall des unrelaxierten Schermoduls für das gewählte $\alpha \approx 0.03$ an. Der unterschiedliche Verlauf der σ_{eff} - und der $\sigma_{\text{HS+}}$ -Kurven beschränkt sich zwar für dieses α nur auf die ersten 7% Schmelze, jedoch ist dies genau der seismisch interessante Bereich herabgesetzter elastischer Moduli.

Da der Punkt, an dem die σ_{eff} - mit den $\sigma_{\text{HS+}}$ -Kurven zusammenlaufen, bei wachsendem Querverhältnis zu größerem Schmelzanteil hin verschoben wird, vergrößert sich auch der Abstand zwischen den Kurven. Dies ist in den nächsten drei Abbildungen demonstriert, in denen für die Querverhältnisse 0.1, 0.316 und 1 gewählt wurde. Man erkennt (Abb. 75, 76, 77), daß die Kurven mit zunehmendem α einen immer flacheren Verlauf aufweisen. Bei gegebener Temperatur steigt also der zur Erzeugung einer bestimmten Leitfähigkeit nötige Schmelzanteil mit zunehmendem α an. Die eingezeichneten Schermodulabfälle verschieben sich um ähnliche Beträge zu größeren α hin. Dieser Effekt wird auch deutlich, wenn man Abb. 68 mit Abb. 33 vergleicht. In den beiden α - β -Diagrammen verlaufen die μ_u - und σ_{eff} -Kurven im Bereich herabgesetzten Verbundenheitsgrades weitgehend parallel, haben also die gleiche α - und β -Abhängigkeit.

Es sei noch bemerkt, daß der Knick in den Kurven in Abb. 75 bis 77 bei 1200°C durch die Änderung der Steigung der benutzten RSP-x10-Kurve hervorgerufen wird.

Mit den in Abb. 74 bis 77 eingetragenen, bzw. den in Abb. 72 je nach α einzutragenden Linien der Schermodulabfälle ermöglicht allgemein diese Art von Darstellungen direkt den Vergleich zwischen elektrischen und elastischen Auswirkungen partieller Schmelze für die jeweils angenommenen Modelle. Durch eingetragene Schmelzkurven erhält man noch eine zusätzliche Möglichkeit, bei gegebenen σ_{eff} - und μ_u -Daten die Anwendbarkeit der Modelle zu beurteilen. Für die gezeigten Modelle mit ellipsoidförmigen Inklusionen läßt sich bei gegebener σ_{eff} - μ_u -Kombination der Schnittpunkt der σ_{eff} - mit der μ_u -Abfallkurve durch die Diagramme mit wachsendem

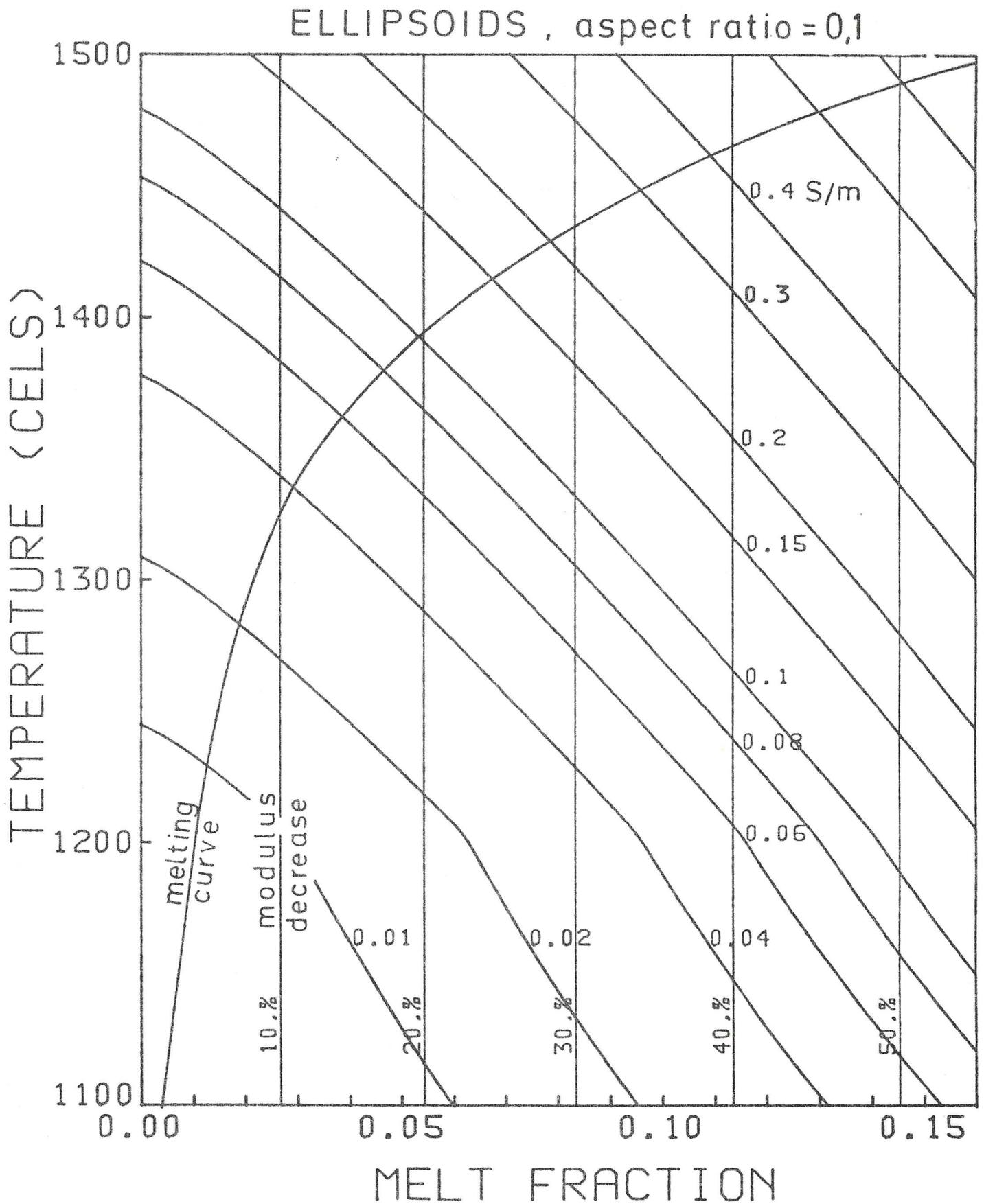


Abb. 75: Modell mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad für das Querverhältnis 0.1 und $n_{max}=4$. Annahmen über ζ_0 , ζ_f und die Schmelzkurve wie in Abb. 72. Senkrechte Linien geben den Abfall des unrelaxierten Schermoduls gemäß Abb. 32 in % an.

ELLIPSOIDS, aspect ratio = 0,316

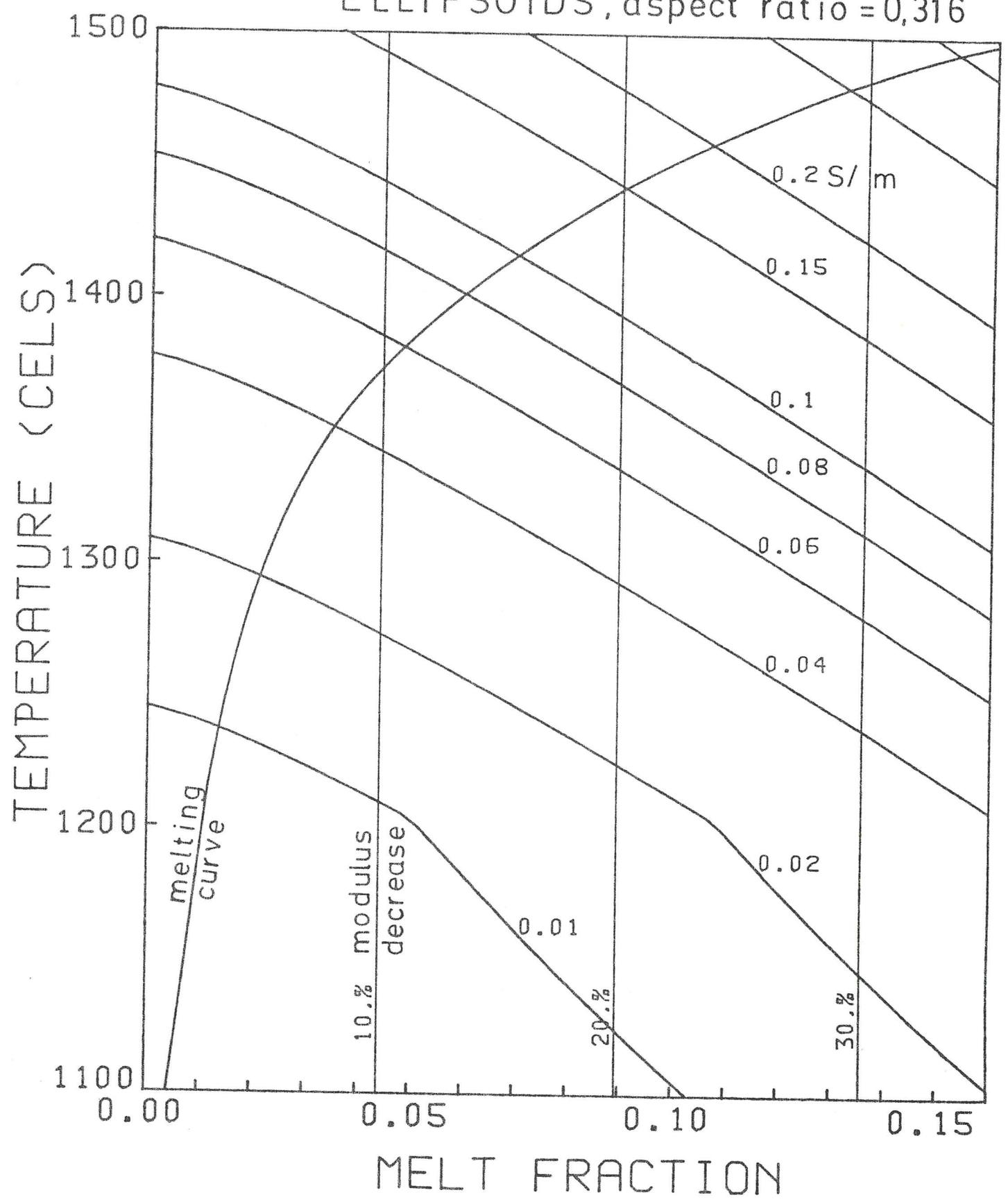


Abb. 76: Wie Abb. 75, jedoch mit dem Querverhältnis 0.316.

SPHERES

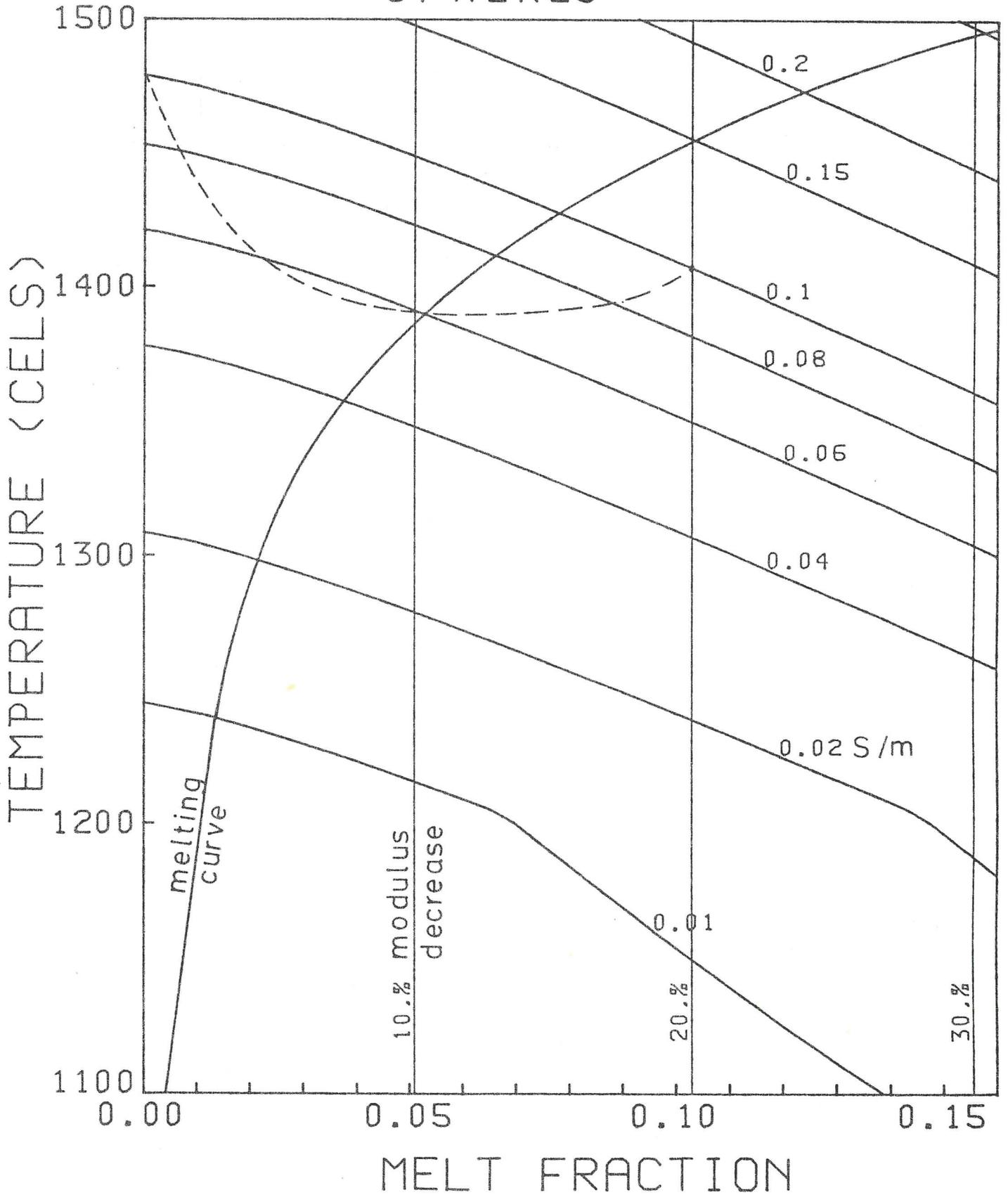


Abb. 77: Wie Abb. 75, jedoch für kugelförmige Inklusionen. Die gestrichelte Kurve gibt als Beispiel die Wanderung des Schnittpunktes zwischen der 0.1 S/m- und der 20%-Modulabfallkurve für ansteigendes Querverhältnis an.

α verfolgen. Die gestrichelte Kurve in Abb. 77 zeigt als Beispiel die Verschiebung des Schnittpunktes der 0.1 S/m-Kurve mit der 20%-Modulabfalllinie für ansteigendes α . Sie schneidet die Schmelzpunktkurve für ein $\alpha \approx 0.1$, für dieses α treffen sich also die Schmelzpunktkurve, die 0.1 S/m-Kurve und die 20%-Modulabfallkurve in einem Punkt. Dies würde bedeuten, daß ein Modell mit ellipsoidförmigen Inklusionen mit einem α von 0.1, einem β von 5.5 % und einer Temperatur von 1390°C unter den gemachten Annahmen über die Schmelz-, die σ_o -, die σ_f -Kurve und den Verbundenheitsgrad die als Beispiel genommenen Werte für σ_{eff} und μ_u am besten erklären kann.

Würde man nicht den möglicherweise herabgesetzten Verbundenheitsgrad berücksichtigen, so würde die der gestrichelten Kurve entsprechende Schnittpunktkurve direkt auf der in Abb. 72 dargestellten HS+-Kurve verlaufen. Durch diesen Vergleich wird also wieder die Bedeutung eines möglichen herabgesetzten Verbundenheitsgrades bei Inklusionen mit relativ großem Querverhältnis demonstriert.

Für andere Kombinationen von σ_{eff} und μ_u wurden hier keine Schnittpunktkurven eingetragen, sie lassen sich aber mit den im gleichen Maßstab dargestellten Diagrammen (Abb. 74 bis 77) leicht konstruieren.

Im nächsten Modell (Abb. 78) wurde die Schmelze in gleich großen, isotrop verteilten Kanälen angenommen und für die elektrische effektive Leitfähigkeit Gleichung (4.5) herangezogen. Verglichen mit Filmen benötigt man für ein gegebenes σ_{eff} etwa doppelt so viel Schmelze, wie auch aus einem Vergleich von (4.5) mit (4.4) deutlich wird. Die σ_{eff} -Kurven in Abb. 78 haben gegenüber denen in Abb. 72 einen entsprechend flacheren Abfall. Die eingezeichneten Linien für den unrelaxierten Schermodulabfall resultieren aus dem Mavko-Modell für Kanäle mit spitzkantigem Querschnitt. Für abgestumpfte oder kreisförmige Querschnitte sind die Prozentzahlen mit etwa 0.7 bzw. 0.54 zu multiplizieren.

Den bisherigen Modellen lag immer die Annahme zugrunde, die Inklusionen hätten gleiche Gestalt und Größe, also die gleiche Inklusionsleitfähigkeit. Will man eine Verteilung von Leitfähigkeiten berücksichtigen, so lassen sich, wie in Kap. 4.3. gezeigt wurde, mit bestimmten Annahmen entsprechende Faktoren berechnen, die

TUBES

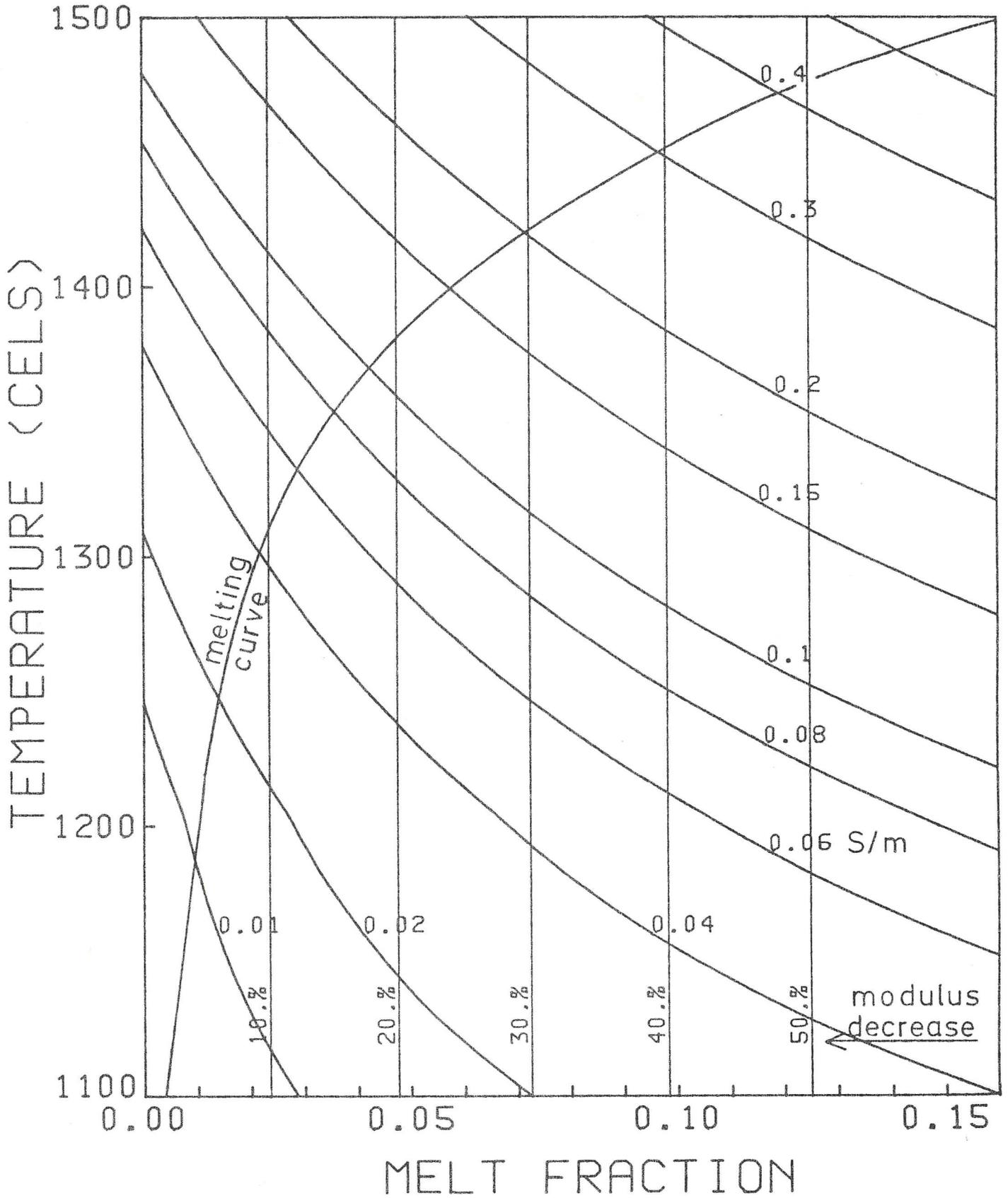


Abb. 78: Wie Abb. 75, jedoch für zusammenhängende Kanalinklusionen. Modulabfälle gelten für spitzkantige Kanalquerschnitte.

zu einer Abnahme der effektiven Leitfähigkeit führen. Da es jedoch kaum Ansatzpunkte über konkrete Verteilungen von Schmelzinklusionen gibt, seien hier nur kurz die Auswirkungen einer in Kap. 4.3. besprochenen uniformen Verteilung bezüglich des Logarithmus der Leitfähigkeiten angemerkt. Nach (4.31) erniedrigt sich die effektive Gesamtleitfähigkeit vollständig zusammenhängender Widerstandnetzwerke für solche Verteilungen über eine, zwei oder drei Dekaden um ca. 20%, 50% bzw. 80%. Überträgt man dies auf die Schmelzmodelle, so dürften sich die $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ -Kurven grob um etwa die Faktoren 1.25, 2 bzw. 5 zu größeren Schmelzkonzentrationen hin verschieben. Eine entsprechende Betrachtung wurde für nur teilweise verbundene Inklusionen nicht durchgeführt, es ist jedoch kaum ein gänzlich unterschiedliches Verhalten zu erwarten.

Die folgenden Leitfähigkeitsmodelle berücksichtigen Überlagerungen von verschiedenen Schmelzgeometrien. Entsprechend den Überlegungen in Kap. 4.3. (Glg. (4.25) mit G_{FKu} aus (4.35)) wurden im nächsten Modell zusammenhängende Filme mit dem Querverhältnis 0.01 mit Kugeln superponiert. Abb. 79 zeigt für $\bar{\sigma}_{\text{eff}} = 0.1$ S/m die Kurven mit unterschiedlichem $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnis. Wie in Kap. 4.3. diskutiert, dürfte die Gleichung für die Überlagerung bei kleinem $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnis versagen. Es wird angenommen, daß die Kurven beim hier gewählten $\alpha = 0.01$ bis etwa $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}} > 10/90$ realistisch sind (deswegen ist die 10/90-Kurve z.T. gestrichelt), für kleinere Verhältnisse dürften sie sich dann der schon in Abb. 77 gezeigten Kurve für teilweise verbundene Kugeln annähern, die auch hier, mit 0% bezeichnet, dargestellt ist. Es sollte noch angemerkt werden, daß die Kurven bei einem anderen α einen ähnlichen Verlauf haben, so lange $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ nicht zu klein wird.

Um nun einen direkten Vergleich mit den unrelaxierten Moduli zu ermöglichen, wurden für die Abbildung 80 die üblichen $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ -Kurven mit dem Verhältnis $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}} = 25/75$ berechnet und zusammen mit den Modulabfallkurven dargestellt. Mit Gleichung (4.33) entspricht diesem $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnis ein äquivalentes $\tilde{\alpha}$ von 0.04. Durch Vergleich läßt sich nun feststellen, daß der Verlauf der $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ -Kurven mit dem für ein $\alpha = 0.04$ nur für kleine β übereinstimmt, wie man mit Hilfe von Abb. 74 und 75 abschätzen kann. Für größere β nähern sich die $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ -Kurven für $\alpha = 0.04$ relativ schnell (bei ca. 8% Schmelze) der HS+-Grenze an, während die Kur-

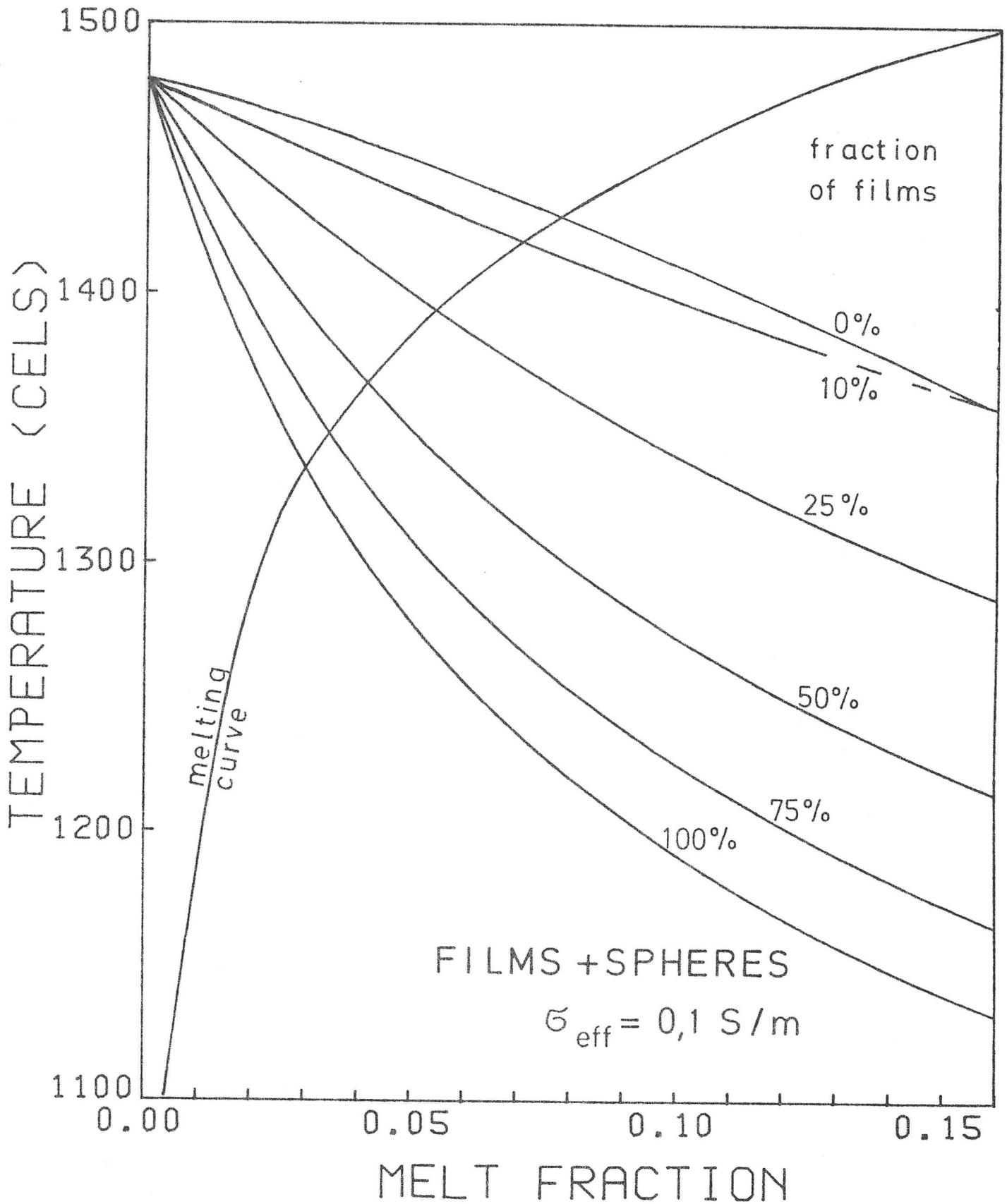


Abb. 79: Überlagerung von Filmen ($\alpha = 0.01$) mit Kugelinklusionen. Die Kurven gelten für ein $\sigma_{\text{eff}} = 0.1 \text{ S/m}$ und unterschiedliche $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnisse. Sonst wie Abb. 75.

25% FILMS + 75% SPHERES

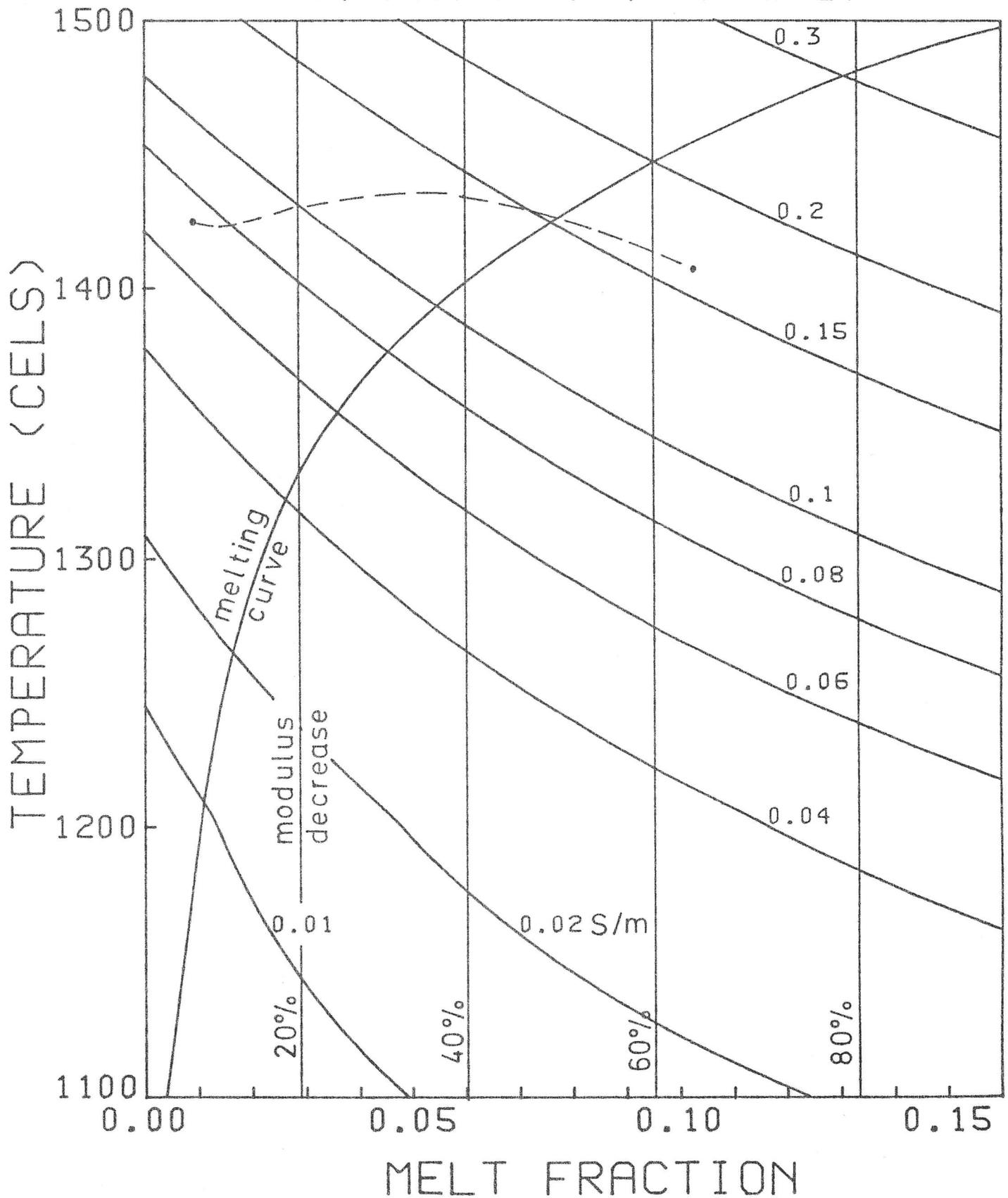


Abb. 80: σ_{eff} -Kurven für ein Film-Kugel-System mit $\beta_F / \beta_{Ku} = 25/75$ und $\alpha_{eff} = 0.01$. Gestrichelte Kurve gibt die Wanderungskurve des Schnittpunktes der 0.1 S/m- mit der 20%-Modulabfallkurve mit abnehmendem β_F / β_{Ku} -Verhältnis an. Sonst wie Abb. 75.

ven in Abb. 80 für alle β oberhalb der HS+-Kurven liegen. Dieser Unterscheidungsmöglichkeit sollte weiterhin Aufmerksamkeit geschenkt werden, insbesondere, da durch die Modulabfälle kaum eine Unterscheidung möglich ist.

In welchem Maße sich die Modelle unterscheiden, wird auch in Abb. 80 an der als Beispiel gezeigten Schnittpunktkurve (gestrichelt) zwischen der 0.1 S/m- und der 20%-Modulabfallkurve deutlich (vgl. dazu Abb. 77). Sie entfernt sich für fallendes β_F / β_{Ku} zunächst langsam von der HS+-Kurve, schneidet die Schmelzkurve bei 8.5% Schmelze und einem β_F / β_{Ku} zwischen 10/90 und 0 und endet für 100% Kugeln bei $\beta = 10\%$. Der Schnittpunkt mit der Schmelzkurve liegt also nur um etwa 1% Schmelze von demjenigen in Abb. 77 entfernt.

In den nächsten beiden Abbildungen sind schließlich Kanäle und Kugelinkclusionen gemäß (4.26) mit $G = G_{KK}$ aus (4.41) überlagert. Für das Kanalquerverhältnis α_{Ka} wurde 0.1 gewählt. Die in Abb. 81 dargestellten Kurven für $G_{eff} = 0.1$ S/m verlaufen mit abnehmendem Kanalanteil flacher, nach obiger Formel beginnen sie für $\beta_{Ka} / \beta_{Ku} < 10/90$ jedoch wieder steiler abzufallen. Dies resultiert aus der in Kap. 4.3. gemachten Annahme, jeweils bei $\beta_{Ka} / \beta_{Ku} = 0/100$ bzw. $100/0$ sei das Schmelzsystem vollständig verbunden. Hierbei steht der Fall $0/100$ offensichtlich in Widerspruch zu der Annahme eines herabgesetzten Verbundenheitsgrades bei Kugelinkclusionen. Die 10%-Kurve in Abb. 81 dürfte daher nicht mehr sehr zuverlässig sein. Wählt man kleinere α_{Ka} , so verlaufen die Kurven oberhalb der 100%-Kurve noch flacher als in Abb. 81, bei kleinem β_{Ka} / β_{Ku} -Verhältnis übertreffen sie sogar die 0%-Kurve (für teilweise verbundene Kugeln). Inwieweit dies vernünftig ist, läßt sich nicht eindeutig sagen, da die Gültigkeit obiger Gleichung für diesen Bereich abnimmt.

In der nächsten Abbildung (Abb. 82) wurden wieder die üblichen G_{eff} -Kurven dargestellt für das β_{Ka} / β_{Ku} -Verhältnis 25/75 und dem gleichen $\alpha_{Ka} = 0.1$. Wieder wurde die Wanderungskurve des 0.1 S/m - 20% μ_u -Abfall-Schnittpunktes für abnehmendes β_{Ka} / β_{Ku} -Verhältnis eingezeichnet. In diesem Modell verläuft sie, die beiden festliegenden, für Kanäle bzw. Kugeln geltenden Punkte verbindend, grob parallel zur Schmelzkurve. Für kleinere α_{Ka} resultiert sogar ein noch ähnlicherer Verlauf (nicht abgebildet). Die hier als Beispiel gewählte $G_{eff} - \mu_u$ -Kombination wäre demnach grob

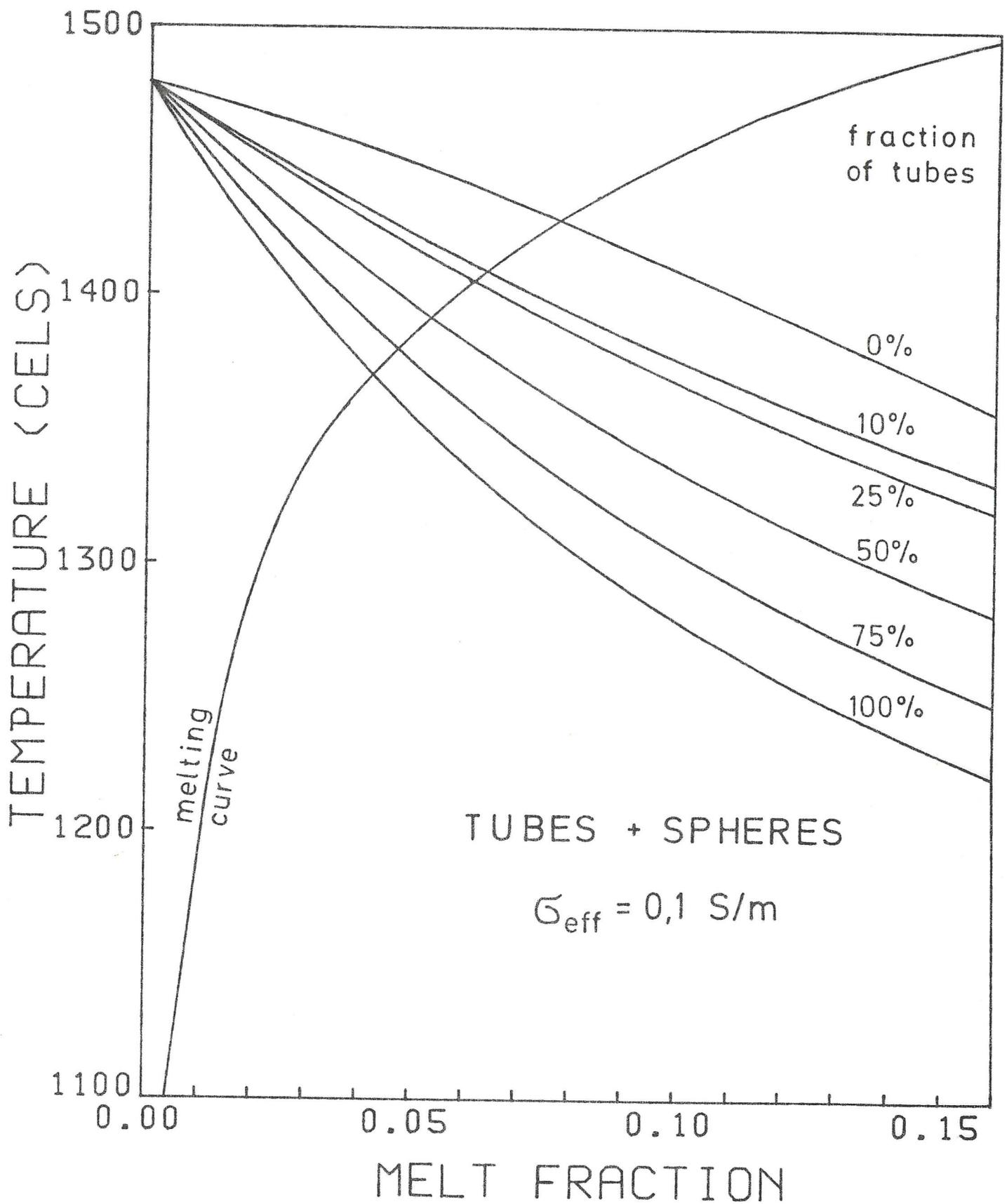


Abb. 81: Wie Abb. 79, jedoch für ein Kanal-Kugel-System mit dem Kanalquerverhältnis $\alpha_{\text{Ka}} = 0.1$.

25% TUBES + 75% SPHERES

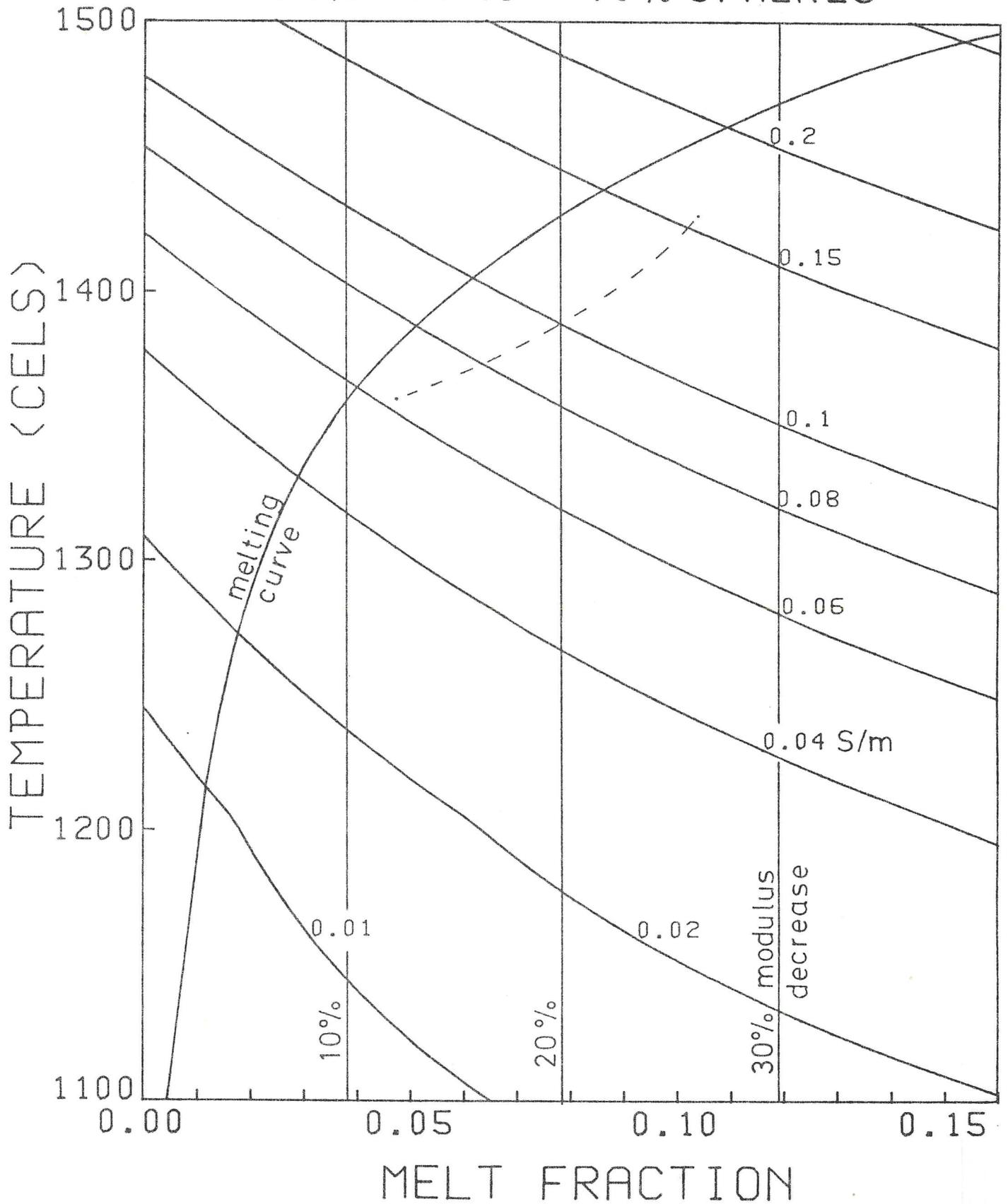


Abb. 82: Wie Abb. 80, jedoch für ein Kanal-Kugel-System mit $\beta_{Ka}/\beta_{Ku} = 25/75$ und dem Kanalquerverhältnis $\alpha_{Ka}=0.1$. Gestrichelte Kurve wie in Abb. 80, jedoch für abnehmendes β_{Ka}/β_{Ku} -Verhältnis.

von Modellen erklärbar, die den gesamten Übergangsbereich Kanal- bis Kugelinklusionen überstreichen. Es sei bemerkt, daß durch Berücksichtigung der Relaxationsstärke jedoch wieder eine bessere Differenzierung möglich ist.

Die hier vorgestellten Modelle sollten genügen, um die Effekte unterschiedlicher Schmelzgeometrien zu demonstrieren. Sie bilden, paarweise mit den entsprechenden Modellen für die Relaxationsstärke (insbesondere den Abbildungen mit $\Delta'/2$ als Funktion von μ_u), einen brauchbaren Satz zur Interpretation von Meß- oder in situ-Daten. Es ist klar, daß ihnen noch einige unzureichende Annahmen zugrunde liegen, es sollte aber möglich sein, bei gegebenen Datensätzen die Möglichkeit bestimmter Schmelzgeometrien zu bestätigen oder auszuschließen und daraufhin Abschätzungen über die Schmelzkonzentration und die Temperatur zu machen.

4.5. Zusammenfassung von Kap. 4.

In diesem Kapitel werden Modelle für die spezifische elektrische Leitfähigkeit für partiell geschmolzenes Gestein zusammengestellt und entwickelt. Analog zur An/Elastizität in Kap. 3. werden diese numerischen Modelle dann zu einem Satz zusammengefaßt, der, kombiniert mit den elastischen Modellen, geeignet zur Interpretation von Beobachtungsdaten ist.

Zunächst werden in Kap. 4.1. folgende Leitfähigkeits-Schmelzmodelle aus der Literatur besprochen: die Hashin-Shtrikman - Grenzen, Modelle für film-, kanal- und ellipsoidförmige Schmelzinklusionen und das empirische Archie-Gesetz. Es wird die Approximation poröser Medien durch Widerstandsnetzwerke mit variablen Widerstandswerten besprochen. Hierbei wird eine weitgehende Äquivalenz zwischen dem Ergebnis für den Gesamtwiderstand von Schopper (1966) und dem von Madden (1976) gezeigt. Es wird in diesem Zusammenhang eine einfache Approximationsformel für die spezifische Leitfähigkeit partiell geschmolzenen Gesteins aufgestellt für den Fall verteilter Inklusionsleitfähigkeiten. Hierbei erweist sich der Quotient aus geometrischem zu arithmetischem Mittel der Einzelleitfähigkeiten als eine bestimmende Größe. Maddens Modellierung des Archie-Gesetzes durch verteilte Leitfähigkeitswerte wird besprochen. Es werden dann die Theorien zur Modellierung eines

herabgesetzten Verbundenheitsgrades durch Widerstandsnetzwerke diskutiert. In diesem Zusammenhang gaben Shankland und Waff (1974) eine Interpretation des Archie-Gesetzes.

In Kap. 4.2. wird für Schmelzfilme oder Sphäroidinkclusionen ein einfaches Leitfähigkeitsmodell für einen z.T. herabgesetzten, vom Querverhältnis α und der Schmelzkonzentration β abhängigen Verbundenheitsgrad aufgestellt. Das Schmelzsystem wird dabei durch ein Widerstandsnetzwerk modelliert, in dem nicht verbundene Inklusionen durch hohe und zusammenhängende Einschlüsse durch niedrige Widerstände repräsentiert werden. Unter Berücksichtigung der von Madden (1976) gegebenen Approximation des Gesamtwiderstandes eines Netzwerks durch die geometrische Mittelwertbildung der Widerstände wird als Näherung der spezifischen Leitfähigkeit für partiell geschmolzenes Gestein gefunden:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{HS}+}^{p_f(\alpha, \beta)} \cdot \sigma_{\text{iso}}^{(1-p_f(\alpha, \beta))} \quad (4.24)$$

mit $\sigma_{\text{HS}+}$: obere HS-Grenze; σ_{iso} : Leitfähigkeit bei isolierten Ellipsoidinkclusionen; $p_f(\alpha, \beta)$ beschreibt den Verbundenheitsgrad des Systems nach (4.21) und (3.4.15) in Abhängigkeit von α und β .

Eine mögliche Interpretation des Archie-Gesetzes bietet sich durch (4.24) unter Annahme einer nicht unvernünftigen Abhängigkeit zwischen α und β an. Der Einfluß eines von α und β abhängigen herabgesetzten Verbundenheitsgrades auf die Leitfähigkeit partiell geschmolzenen Gesteins wird diskutiert, er könnte (bei Film- oder Ellipsoidinkclusionen) für kleine β/α -Verhältnisse (< 2) von Bedeutung sein.

In Kap. 4.3. werden mit Hilfe der Approximation durch geometrische Mittelwertbildung der Einzelleitfähigkeiten die effektiven Leitfähigkeiten eines vollständig zusammenhängenden Schmelzfilm- oder -kanalsystems bei verteilten Querschnitten abgeschätzt. Verteilungen über zwei Dekaden können die effektive Leitfähigkeit um mehr als die Hälfte herabsetzen. Weiterhin werden für Schmelzsysteme, bestehend aus Film - Kugel- und Kanal - Kugelüberlagerungen, die effektiven Leitfähigkeiten abgeschätzt.

In Kap. 4.4. werden Leitfähigkeitsdaten aus Labormessungen für ungeschmolzenes Mantelgestein und für Basaltschmelze zusammenge-

stellt, die zur Auswertung des folgenden Satzes von Leitfähigkeitsmodellen benötigt werden.

In Kap. 4.5. werden schließlich die einzelnen Leitfähigkeitsmodelle zusammengestellt: zusammenhängende Filme, film- und ellipsoidförmige Inklusionen mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad, Kanäle, Modelle mit verteilten Querverhältnissen und schließlich Überlagerungen verschiedener Schmelzgeometrien. Sie werden in Form von σ_{eff} -Isolinien in Temperatur-Schmelzanteil-Diagrammen dargestellt. In diesen Diagrammen lassen sich außerdem Schmelzkurven und Linien gleichen Modulabfalls eintragen, so daß eine kombinierte Interpretation von gegebenen σ_{eff} - und Moduldaten ermöglicht wird. Bei dieser Kombination elastischer und elektrischer Modelle zeigt sich, daß ein herabgesetzter Verbundenheitsgrad für den seismisch interessanten Bereich deutliche Auswirkungen auf die Leitfähigkeit haben kann, indem er möglicherweise zu höheren Schmelzkonzentrationen führt. Es wird für gegebene, zu interpretierende σ_{eff} - und Modul-Kombinationen ein Interpretationsverfahren vorgeschlagen, in dem solche Datenpaare als Isolinien in den $T-\beta$ -Diagrammen dargestellt werden, wobei z.B. das Querverhältnis als variabler Kurvenparameter fungieren kann. Aus dem Schnittpunkt dieser Isolinien mit der Schmelzkurve ergibt sich dann die optimale Interpretation durch das jeweils betrachtete Modell. Es wird vorgeschlagen, solche Darstellungen der Leitfähigkeits- und Elastizitätsdaten paarweise mit den in Kap. 3. eingeführten Darstellungen der halben Relaxationsstärke in Abhängigkeit vom Modul zusammenzufassen, um kombinierte Interpretationen von Leitfähigkeits-, Elastizitäts-, und Anelastizitätsdaten durchführen zu können.

5. Der Einfluß der Dichte, Vergleich mit einer empirischen Geschwindigkeits-Dichte-Beziehung

Beim partiellen Schmelzen von Gesteinen verändert sich auf Grund der unterschiedlichen Dichte des Festkörpers und der Schmelze die mittlere Dichte des partiell geschmolzenen Systems. In diesem Kapitel wird zunächst dieser mit dem Auftreten von Schmelze verbundene Dichteabfall abgeschätzt. Die seismische p-Wellengeschwindigkeit kann dann mit den Ergebnissen aus Kap. 3. in Abhängigkeit von diesem Dichteabfall gebracht werden und mit einer empirischen Geschwindigkeits-Dichte-Beziehung verglichen werden.

Zur Abschätzung der Dichte in Abhängigkeit von der Schmelzkonzentration wurde eine Untersuchung von Stolper et al. (1981) herangezogen. Stolper et al. berechneten die Druckabhängigkeit der Dichte von Silikatschmelzen und verglichen sie mit Dichten ungeschmolzener Mantelgesteine. Durch Berücksichtigung der höheren Kompressibilität der Schmelze nähern sich die Dichten mit zunehmendem Umgebungsdruck an (Abb. 83).

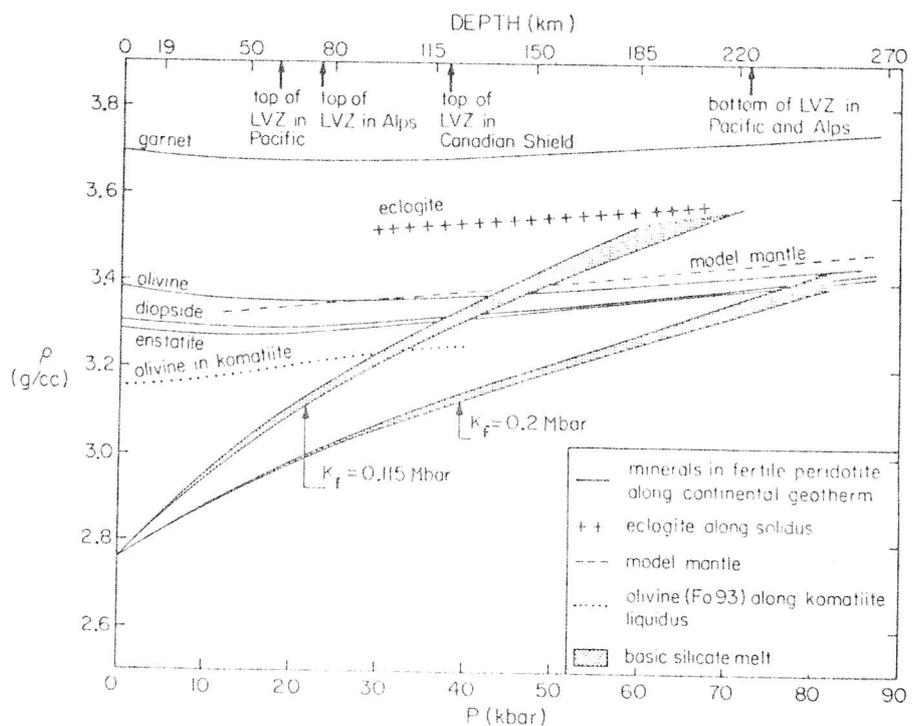


Abb. 83: Dichten von Schmelzen und ungeschmolzenen Gesteinen in Abhängigkeit vom Druck. K_f = isothermer K-Modul der Schmelze bei $p = 0$ (aus: Stolper et al., 1981).

Für die Dichte des partiell geschmolzenen Gesteins kann geschrieben werden:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta) + \rho_f \beta = \rho_0 (1 - \beta (1 - \rho_f / \rho_0)) \quad (5.1)$$

mit ρ_0 = Dichte des ungeschmolzenen Anteils, ρ_f = Dichte der Schmelze.

Nimmt man nun für ρ_0 die Kurve "model mantle" aus Abb. 83 und identifiziert man diese Dichte in erster Näherung mit der Dichte des ungeschmolzenen Gesteins (unterhalb der Solidustemperatur), so läßt sich die allein auf Schmelze zurückzuführende (daher isobare und isotherme) relative Dichteabnahme gemäß (5.1) in Abhängigkeit von der Schmelzkonzentration für unterschiedliche Tiefen (d.h. Umgebungsdrücke) und K-Moduli der Schmelze abschätzen (Abb. 84). Es wird also die mit der Temperaturzunahme zusammenhängende Dichteänderung und die Variation von ρ_0 je nach Zusammensetzung des Residuums nicht berücksichtigt.

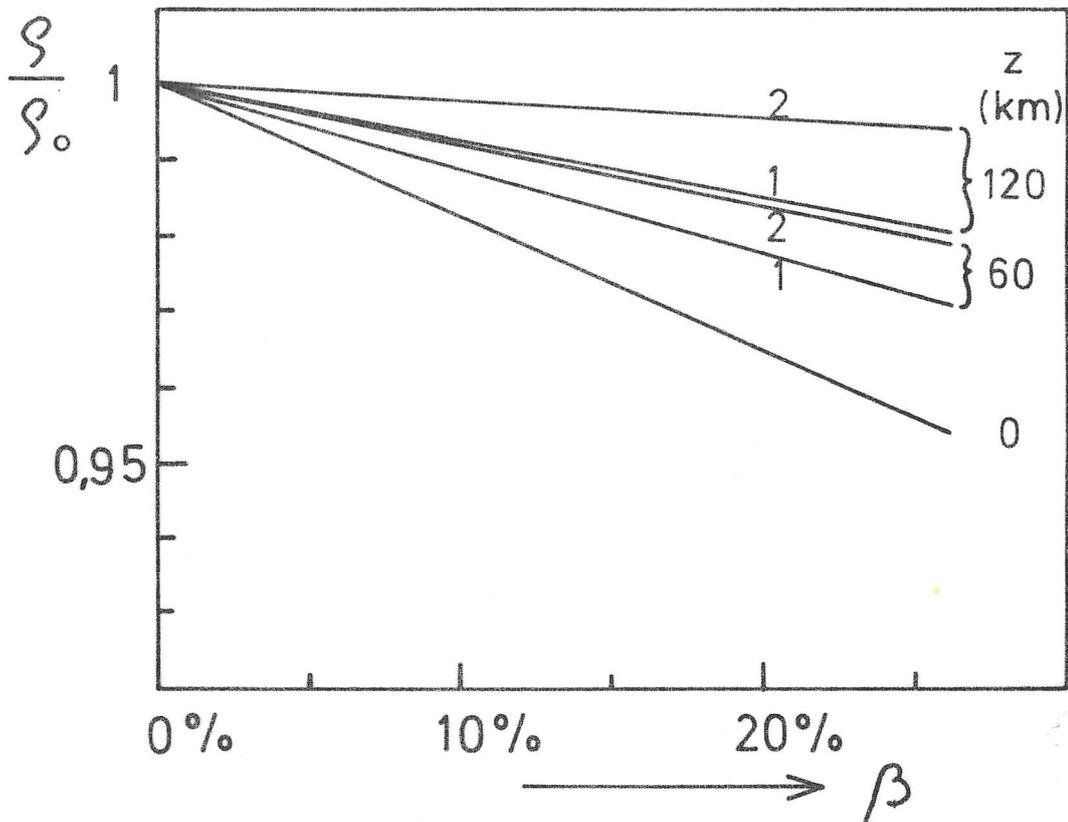


Abb. 84: Relativer isobarer und isothermer Abfall der Dichte mit zunehmender Schmelze. Die Druckabhängigkeit wurde nach Abb. 83 über die von der Tiefe abhängige Differenz zwischen ρ_0 und ρ_f mit $K_f = 0.2 \text{ Mb}$ (Kurven 1) und $K_f = 0.115 \text{ Mb}$ (Kurven 2) einbezogen.

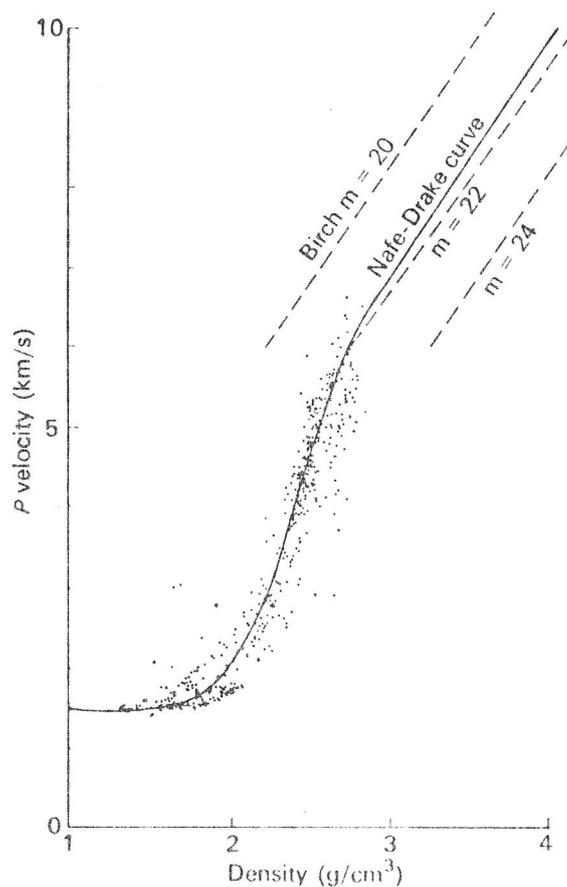


Abb. 85: Empirische Beziehung zwischen v_p und der Dichte nach Nafe und Drake (1963). Für höhere Dichten sind auch die vom mittleren Atomgewicht abhängigen empirischen Kurven von Birch (1961) gezeigt (aus: Bott, 1971).

Die Beziehung zwischen den Wellengeschwindigkeiten und der Dichte ist schon lange Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen. Nafe und Drake (1963) stellten für eine Reihe von wassergesättigten Sedimenten und Sedimentgesteinen v_p - und Dichtedaten zusammen und fanden einen empirischen Zusammenhang, der in Abb. 85 dargestellt ist. Birch (1961) untersuchte die Dichteabhängigkeit von v_p für Silikate und Oxide unter hohen Drücken und stellte eine lineare Beziehung der Form

$$v_p = A(\bar{m}) + B \rho \tag{5.2}$$

fest, wobei A eine vom mittleren Atomgewicht \bar{m} abhängige Konstante ist und der Proportionalitätsfaktor B etwa 3 (km/s)/(g/cm³) beträgt. Der Zusammenhang (5.2) ist in Abb. 85 für verschiedene \bar{m} -Werte dargestellt (gestrichelt). \bar{m} liegt für gängige Gesteine zwischen 20 und 22, so daß die Nafe-Drake-Kurve in Abb. 85 ohne Ver-

satz bis zu hohen Dichten (wahrscheinlich sogar über Phasengrenzen hinweg) fortgesetzt werden kann.

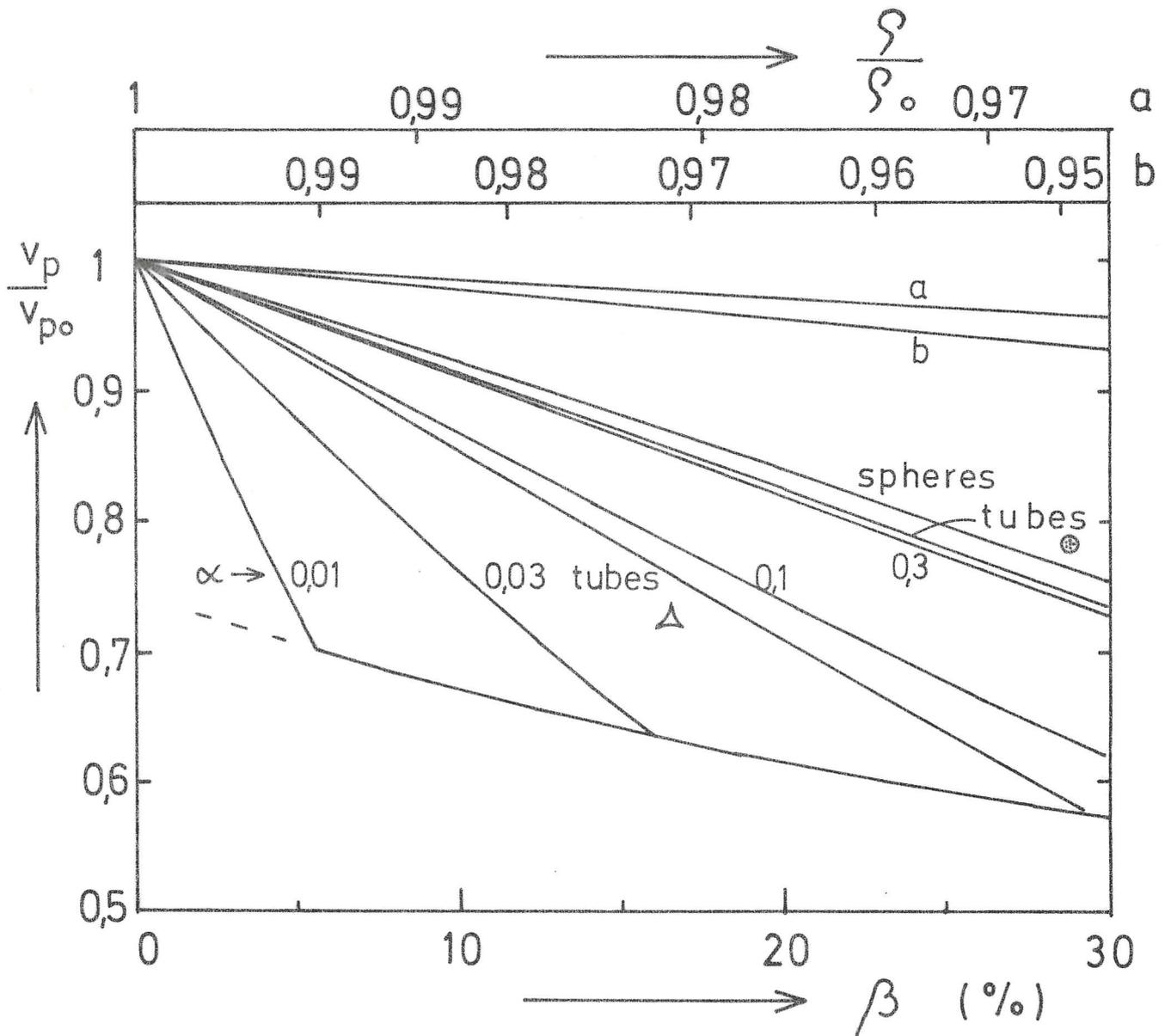


Abb. 86: Empirischer v_p -Abfall mit der Dichte aus der Nafe-Drake-Birch-Beziehung aus Abb. 85 (Kurve a und b mit den zugehörigen Skalen a und b). Die relativen Dichten der Skalen a und b ergeben sich aus den Schmelzkonzentrationen β (untere Skala) gemäß der isobaren isothermen Beziehung (5.1) für die Tiefe 60 km (a, $K_f = 0.2 \text{ Mb}$) und die Tiefe 0 km (b). Zum Vergleich mit diesen, aus der Nafe-Drake-Birch-Beziehung folgenden Geschwindigkeiten sind $v_p(\beta)$ -Kurven für konstante Dichte, aber abnehmende Moduli für Schmelzfilme, Ellipsoid- und Kugelinclusionen und Schmelzkanäle gemäß Kap. 3. eingezeichnet.

Um jetzt den Geschwindigkeitsabfall, hervorgerufen durch die mit dem Aufschmelzen verbundene Dichteabnahme nach (5.2) mit (5.1)

mit dem aus der Modulschwächung gemäß Kap. 3. folgenden zu vergleichen, wurden in Abb. 86 parallel zur β -Skala zunächst Skalen abnehmender Dichte gezeichnet. Die Skalen der Achsen a und b beschreiben die relative Abnahme der Dichte des partiell geschmolzenen Gesteins, verglichen mit dem ungeschmolzenen Gestein unter gleichen p-T-Bedingungen nach Glg. (5.1) einmal für den Umgebungsdruck der Tiefe 60 km (Skala a) und der Tiefe 0 km (Skala b). Für Skala a wurde $K_f = 0.2 \text{ Mb}$ angenommen. Aus Abb. 84 geht hervor, daß dies die beiden stärksten isobaren isothermen Dichteabfälle mit der Schmelzkonzentration sind. Mit der Birch-Formel (es wurde $A = -2.24 \text{ km/s}$ und $B = 3.03 \text{ (km/s)/(g/cm}^3\text{)}$ aus Abb. 85 abgelesen) lassen sich nun die mit der Dichte der Skala a bzw. b abfallenden v_p -Geschwindigkeiten in Abb. 86 einzeichnen. Kurven a und b geben also den relativen Geschwindigkeitsabfall nach der Nafe-Drake-Birch-Beziehung, bedingt durch den mit dem Aufschmelzen verbundenen Dichteabfall, im Vergleich zum ungeschmolzenen Gestein unter gleichen p-T-Bedingungen an.

Zum Vergleich sind nun die aus den unrelaxierten Modulabfällen für unterschiedliche Schmelzgeometrien resultierenden v_p -Abfälle unter Annahme konstanter Dichte eingetragen. Bei Schmelzkonzentrationen, für die der Schermodul gegen 0 geht, weisen die Kurven einen Knick auf und schwächen sich dann nur noch gemäß dem K_{eff} -Modulabfall ab.

Da die v_p -Kurven, resultierend aus den Modulabfällen, bei konstanter Dichte berechnet wurden, bietet das Diagramm die Möglichkeit, den Einfluß der Dichteänderung mit zu berücksichtigen. In erster Näherung dürften sich die Geschwindigkeiten durch Multiplikation der entsprechenden Relativwerte v_p/v_{p_0} überlagern. Andererseits ist jedoch der aus der Birch-Formel resultierende v_p -Abfall sehr viel geringer als der für die verschiedenen möglichen Schmelzgeometrien, so daß die Dichte bei einer v_p - oder v_s -Berechnung relativ zum ungeschmolzenen Material (unter gleichen Druck- und Temperaturbedingungen) näherungsweise konstant gelassen werden kann.

Es sollte hier jedoch betont werden, daß bei der Interpretation von Beobachtungsdaten temperatur- und druckbedingte Variationen der Dichte und somit der seismischen Geschwindigkeiten durchaus vor einer Anwendung der Schmelzmodelle in Betracht gezogen werden müssen. Die hierzu benötigte allgemeine Zustandsgleichung für

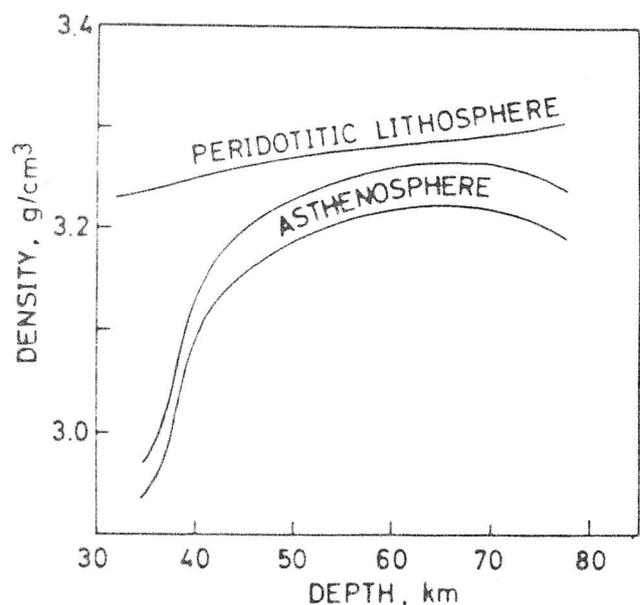
die Dichte kann mit Berücksichtigung eines eventuellen Schmelzanteils geschrieben werden:

$$\rho = \rho_{or} (1 - \beta) (1 - \alpha_o (T - T_r) + (p - p_r) / K_o) + \rho_{fr} \beta (1 - \alpha_f (T - T_r) + (p - p_r) / K_f) \quad (5.3)$$

Mit den Indizes o für das ungeschmolzene Gestein und f für die Schmelze stellen die α_o, α_f die volumetrischen thermischen Ausdehnungskoeffizienten, K_o, K_f die Kompressionsmoduli und ρ_{or}, ρ_{fr} die Dichten an der Referenztemperatur T_r und dem Referenzdruck p_r dar. Hat man nun in der Erde z.B. Annahmen über die Temperatur (und den Druck), dann lassen sich zunächst mit $\beta = 0$ über (5.3) die Dichteveriationen und über (5.2) die damit verbundenen Geschwindigkeitsvariationen bzw. -erniedrigungen abschätzen. Wird dieser abgeschätzte Geschwindigkeitsabfall durch den beobachteten übertroffen, so kommt für diese zusätzliche Erniedrigung eine unterschiedliche Ursache, so z.B. partielle Schmelze, in Betracht. Streng genommen müßten dann bei einer Interpretation durch Schmelze die β -Terme in (5.3) mit berücksichtigt werden.

Für den Fall schließlich, daß Informationen über die Dichteveriationen bzw. -abfälle, z.B. aus gravimetrischen Beobachtungen direkt vorliegen, können aus diesen über die Birch-Beziehung zugehörige Geschwindigkeitserniedrigungen berechnet werden. Fallen die beobachteten Geschwindigkeiten noch niedriger aus, so bietet sich wieder die Interpretation durch Schmelze an.

Abb. 87: Dichte der ozeanischen Lithosphäre und Asthenosphäre aus einem thermischen Modell von Ito (1977); (aus: Ito, 1977).



Als Beispiel für den letzten Fall sei hier eine Dichteabschätzung aus einem thermischen Modell einer ozeanischen Lithosphäre von Ito (1977) herangezogen. Unter der Annahme eines isostatisch ausgeglichenen Lithosphären-Asthenosphärensystems längs der sich abkühlenden und verdickenden ozeanischen Lithosphäre berechnete Ito Lithosphären- und Asthenosphärendichten in Abhängigkeit von der Tiefe (Abb. 87). Nimmt man aus dieser Abbildung einen möglichen Dichtekontrast zwischen Lithosphäre und Asthenosphäre zwischen 0.04 und 0.06 g/cm³ (60 km Tiefe), so folgt aus der Birch-Beziehung, daß ein zugehöriger v_p -Abfall zwischen 1.7 und 2.5% liegen sollte. Beobachtet man in der Asthenosphäre größere Abfälle, so bietet sich als Erklärungsmöglichkeit partielle Schmelze an.

6. Anwendung der Schmelzmodelle auf einen Labordatensatz

Die in den letzten Kapiteln aufgestellten Schmelzmodelle sollen nun zur Interpretation verschiedener Datensätze herangezogen werden, einmal um die Anwendbarkeit der Modelle selbst zu beurteilen, und zum anderen, um geophysikalische Informationen aus den Datensätzen zu erhalten. Zu diesem Zweck soll in diesem Kapitel ein Labordatensatz herangezogen werden.

An unserem Institut wurde eine Vielzahl von Untersuchungen der Elastizität, der Anelastizität und der elektrischen Leitfähigkeit an Gesteinen durchgeführt (Berckhemer et al., 1979; Kampfmann, 1980; Berckhemer et al., 1982a,b; Kampfmann, in Vorb.). Aus diesen Labordaten wurde für die Anwendung der Schmelzmodelle der Datensatz für Äheim-Dunit, der bei Berckhemer et al. (1982a) beschrieben ist, gewählt. Abb. 88 und Abb. 89 zeigen die Absorption Q^{-1} für Scherung und den Schermodul μ des Äheim-Dunits für verschiedene Temperaturen in Abhängigkeit von der Frequenz. Abb. 90 zeigt Q , den elektrischen spezifischen Widerstand ρ' und den Schermodul μ in Abhängigkeit von der Temperatur für Dunit bei 1 Hz (Kurven C,B,A).

Es liegt inzwischen eine Reihe von Hinweisen vor, daß im Temperaturbereich zwischen 1200°C und 1300°C für den betrachteten Dunit mit dem Beginn von partiellem Aufschmelzen gerechnet werden muß. Dies wird z.B. aus einem Vergleich mit den Experimenten von Murase et al. (1977a,b) deutlich. Murase et al. bestimmten die Schmelztemperatur und den temperaturabhängigen Schmelzanteil von Peridotit (Kurve MKF in Abb. 4). Die an den gleichen Proben gemessenen seismischen Geschwindigkeiten und spezifischen elektrischen Widerstände zeigen beim Überschreiten der Schmelztemperatur einen abrupten Abfall, der vergleichbar mit dem Knick der Kurven A und B in Abb. 90 ist.

Bei Sinterexperimenten mit gemahlenem Dunit (Berckhemer, 1980) wurde bei etwa 1200°C ein Zusammenhaften einiger Körner beobachtet, was als weiterer Hinweis auf beginnende Schmelze gedeutet werden kann.

Schließlich wurde eine mikroskopische Analyse der Schmelzverteilung in den Dunitproben von Dr. Aitken, MPI Mainz, durchgeführt. Nach Aitken (pers. Mitt.) waren Spuren von Schmelze in Proben zu erkennen, die Temperaturen $\geq 1300^{\circ}\text{C}$ ausgesetzt waren. Es handelt sich

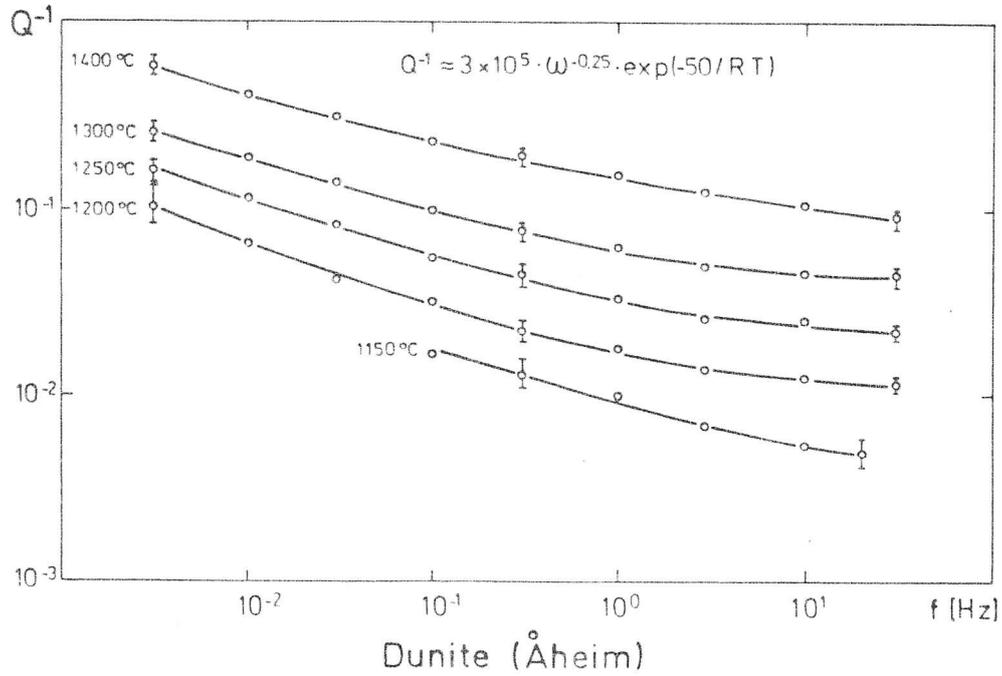


Abb. 88: Q^{-1} für Scherung in Abhängigkeit von der Temperatur und der Frequenz für Dunit aus Labormessungen von Berckhmer et al. (1982a). Die Standardabweichungen der Daten sind durch Balken gekennzeichnet. Umgebungsdruck: 0 kb.

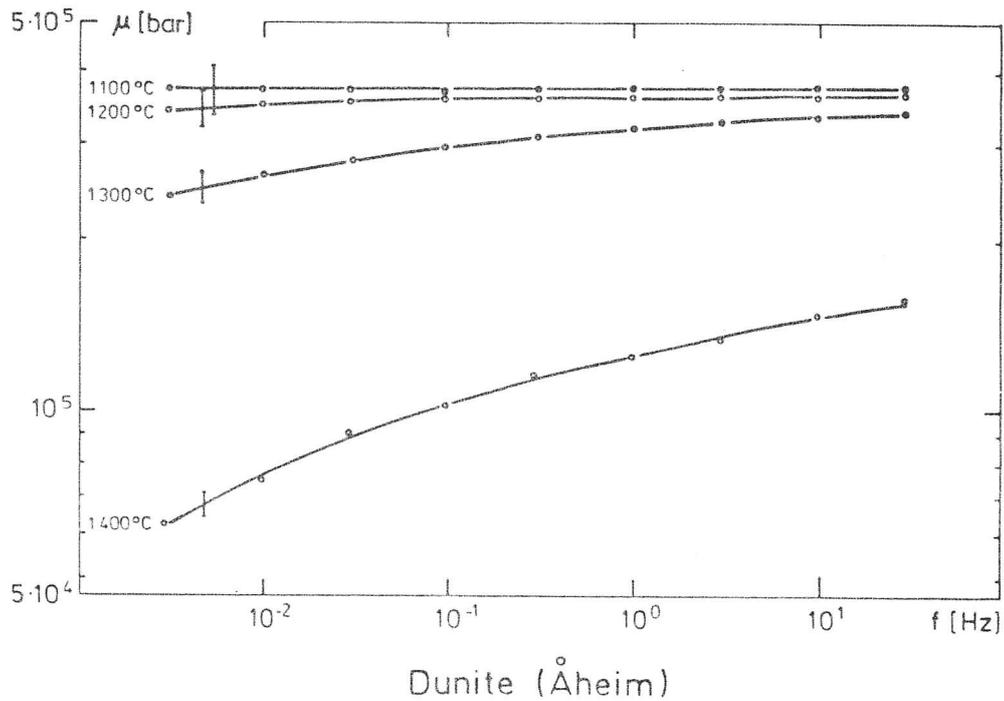


Abb. 89: Schermodul in Abhängigkeit von der Temperatur und der Frequenz für Dunit aus Labormessungen von Berckhmer et al. (1982a). Umgebungsdruck: 0 kb.

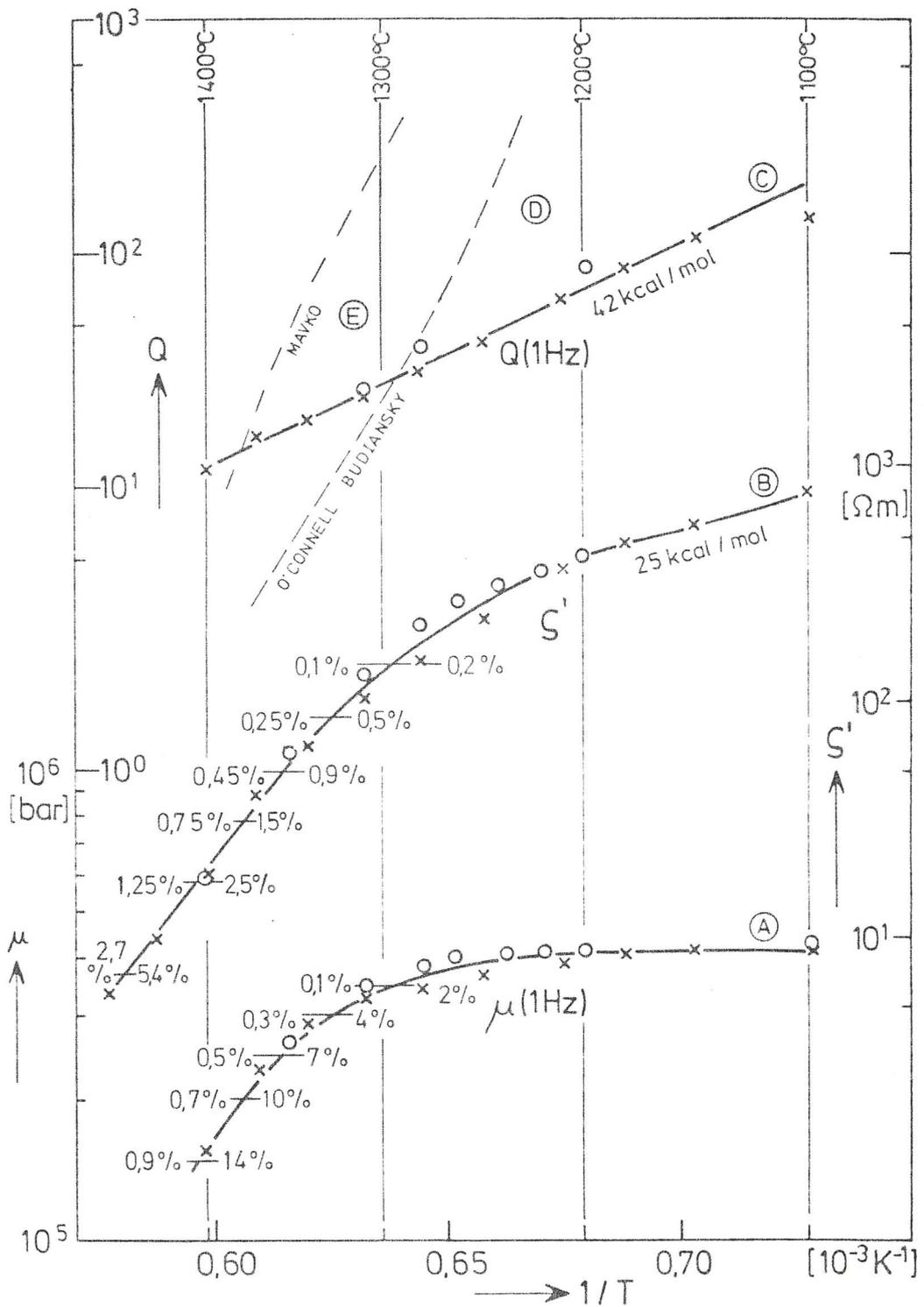


Abb. 90: Temperaturabhängigkeit von Q für Scherung (Kurve C), dem spezifischen elektrischen Widerstand (Kurve B) und dem Schermodul (Kurve A). Die %-Zahlen links von Kurve A und B geben die Schmelzkonzentrationen, resultierend aus dem Filmmmodell ($\alpha = 0.003$), die rechten Schmelzanteile ergeben sich aus dem Kanalmodell. Kurve D und E stellen die maximal mögliche Absorption (hier als reziproke halbe Relaxationsstärke $2/\Delta'_\mu$) durch das Filmmmodell bzw. Kanalmodell dar.

bei der schmelzenden Komponente um Chlorit, welcher beim Überschreiten der Solidustemperatur unter Wasserabgabe zu einer Mg, Fe, Al-Silikatschmelze mit Forsterit als festem Residuum führt. Unter dem Mikroskop waren deutlich die aufgeschmolzenen glasigen Chloritkörner zu erkennen. Weiterhin wurden die beobachteten, extrem dünnen, glasigen Schichten an den Korngrenzflächen als dünne Schmelzfilme identifiziert. Mit einem maximalen Gesamtanteil des Chlorits in den Dunitproben von 3.6 Gewichtsprozenten und nur geringen Mengen von Klinopyroxen (als Pyroxen kommt hauptsächlich Enstatit vor) ist somit für Temperaturen unterhalb 1400°C eine obere Grenze der Schmelzkonzentration von einigen % gegeben.

Ein erster Ansatz, den Verlauf der Kurven in Abb. 90 durch Schmelze zu erklären, wurde schon bei Berckhemer et al. (1982a) diskutiert und soll hier in einer modifizierten und ergänzten Form behandelt werden. Es wurden lediglich die Möglichkeiten eines zusammenhängenden Schmelzfilm- bzw. kanalsystems betrachtet. Zur Erklärung der verstärkten Abnahme des spezifischen Widerstandes oberhalb 1200°C durch Schmelze können die Approximationsformeln (4.4) und (4.5) nach β aufgelöst werden:

$$\beta = \frac{\frac{\rho'_o}{\rho'_{eff}} - 1}{c \frac{\rho'_o}{\rho'_f} - 1} \quad \text{mit } c = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{für Filme} \\ \frac{1}{3} & \text{für Kanäle} \end{cases} \quad (6.1)$$

wobei ρ'_{eff} der gemessene spezifische Widerstand und ρ'_o , ρ'_f der spezifische Widerstand der Gesteinsmatrix bzw. der Schmelze ist. (Zur Unterscheidung von der Dichte wurden die spezifischen Widerstände mit einem Strich versehen). Für ρ'_f wird wie bei Berckhemer et al. $0.5 \Omega m$ bei 1200°C und eine Aktivierungsenergie von $\sim 1.2 \text{ eV} \approx 25 \text{ kcal/Mol}$ (Waff und Weill, 1975) genommen, wobei der Unterschied zu den Kurven von Tyburczy und Waff (1983) (Abb. 71) nur gering ist. Extrapoliert man zur Abschätzung von ρ'_o den rechten Teil der Kurve B zu hohen Temperaturen hin, so ergeben sich mit (6.1) für die Schmelzkonzentrationen die an Kurve B links (für Filme) und rechts (für Kanäle) angegebenen Werte. Im Unterschied zur Abschätzung bei Berckhemer et al. wird hier die Gesteinsleitfähigkeit mit berücksichtigt, so daß bei kleinen Schmelz-

konzentrationen die errechneten Konzentrationswerte deutlich niedriger ausfallen. Falls die obigen Annahmen für ζ'_0 und ζ'_f zutreffen, stellen die links angegebenen Schmelzkonzentrationen für das Filmsystem eine untere Grenze dar. Falls die Schmelzfilme nur teilweise miteinander verbunden sind, oder unterschiedliche Dimensionen aufweisen, wird der Schmelzanteil höher sein. Ebenso würden kompakte Schmelztaschen, auch wenn sie mit dem Filmsystem zusammenhängen, durch die obige β -Abschätzung nicht berücksichtigt, da sie kaum zur Leitfähigkeit beitragen.

Um den Einfluß der Schmelze auf den Schermodul abzuschätzen, wurde bei Berckhemer et al. der gesamte Modulabfall bei 1 Hz auf Schmelze zurückgeführt. Zur Vermeidung von Annahmen über Viskositäten wurde das arithmetische Mittel aus unrelaxiertem und relaxiertem, durch Schmelze herabgesetztem Modul genommen. Aus Abb. 89 geht nun hervor, daß die Dispersion bei hohen Temperaturen und 1 Hz noch relativ groß ist, daß also der Term $-(\Delta M_f(\omega) + \Delta M_o(\omega))$ in Glg. (3.6.10), die durch die Frequenzabhängigkeit bedingte Modulerniedrigung also, noch einen deutlichen Beitrag zum Modulabfall liefert. Mit dem arithmetischen Mittel aus relaxiertem und unrelaxiertem Modul wurde also willkürlich $\Delta M_f(1\text{Hz}) = \Delta M_f(0\text{Hz})/2$ und $M_o(1\text{Hz}) = 0$ gesetzt. Betrachtet man sich jedoch die Q^{-1} -Spektren (Abb. 88) und den Q -Verlauf in Abb. 90, so ist unter Berücksichtigung des Zusammenhanges zwischen Absorption und Dispersion eher zu erwarten, daß die Festkörperdispersion dominiert, also $\Delta M_o(1\text{Hz}) > \Delta M_f(1\text{Hz})$. Es wird daher nun zur Vermeidung von Annahmen über $\Delta M_o(\omega)$ und $\Delta M_f(\omega)$ versucht, mit Hilfe der aus den Q^{-1} -Spektren folgenden Dispersion auf den unrelaxierten Modul zu schließen. Hierzu wurde für ein von $\omega^{-\gamma}$ abhängiges Q^{-1} -Spektrum (zwischen ω_1 und ω_2) die asymptotischen Näherungen von Minster und Anderson (1981) genommen ($\gamma > 0$):

$$Q^{-1} \approx \begin{cases} \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\Delta}{1+\Delta} \frac{\omega}{\omega_1} & \omega \ll \omega_1 \\ \left(\cot \frac{\delta\pi}{2} + \frac{1}{\Delta} \frac{\cos \frac{\delta\pi}{2}}{\frac{\delta\pi}{2}} \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^\delta \right)^{-1} & \omega_1 \ll \omega \ll \omega_2 \\ \frac{\delta\Delta}{1-\delta} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{-\delta} \frac{\omega_2}{\omega} & \omega \gg \omega_2 \end{cases} \quad (6.2)$$

Δ war hier die Relaxationsstärke $(M_u - M_r)/M_r$. Mit der Zenerformel

$$Q^{-1} \approx \frac{\pi}{2} \frac{d \ln M_1}{d \ln \omega} \quad (3.1.41)$$

erhält man durch Integration von ∞ bis ω für $M_1(\omega)$, ($\omega_1 < \omega < \omega_2$):

$$M_1(\omega) \cong M_1(\infty) \exp\left(-\frac{4}{\pi^2} \frac{1}{1-\delta} \cos\frac{\delta\pi}{2} \left(Q(\omega) - \cot\frac{\delta\pi}{2}\right)^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^\delta\right) \cdot \left(1 - Q^{-1}(\omega) \cot\frac{\delta\pi}{2} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^\delta\right)\right)^{\frac{2}{\delta\pi} \tan\frac{\delta\pi}{2}} \quad (6.3)$$

Kennt man also für eine gegebene Frequenz die Größen $M_1(\omega)$ und $Q^{-1}(\omega)$, so läßt sich mit Hilfe von (6.3) für bestimmte Annahmen über die rechte Eckfrequenz der unrelaxierte Modul abschätzen. Abb. 91 zeigt für die beiden Frequenzen $f=10^{-3}$ Hz und 1 Hz ($f=\frac{\omega}{2\pi}$) den gemessenen Schermodul in Abhängigkeit von der Temperatur. Der mit (6.3) abgeschätzte unrelaxierte Schermodul für ein Absorptionsband mit $\delta=0.25$ und $\omega_2=100 \text{ s}^{-1}$ bzw. $\omega_2 \rightarrow \infty$ ist ebenfalls eingetragen. Für den Fall $\omega_2 \rightarrow \infty$ konnte μ_u statt mit (6.3) auch mit einer von Müller (1983) entwickelten exakten Lösung der Kramers-Krönig-Relation berechnet werden. Sie führt bei starken Modulabfällen zu einer leichten Abweichung von der μ_u -Kurve aus (6.3) und ist in Abb. 91 gestrichelt dargestellt. Eine Extrapolation der gemessenen Absorptionskurven mit $\delta=0.25$ bis in den kHz-Bereich führt zu Q^{-1} -Werten zwischen 10^{-2} und 10^{-3} . Diese Werte stehen in Übereinstimmung mit Meßwerten von Hochtemperaturabsorption an polykristallinen Gesteinen im kHz-Bereich, welche in einem Übersichtsartikel von Jackson und Anderson (1970) aufgeführt sind. Die obere Kurve in Abb. 91 scheint also eine sinnvolle Approximation des unrelaxierten Schermoduls zu sein.

Falls der Abfall des unrelaxierten Schermoduls durch Schmelze in Form von Filmen hervorgerufen wird, lassen sich die dafür notwendigen Schmelzkonzentrationen berechnen. Sie sind für ein Querverhältnis von $3 \cdot 10^{-3}$ und einen K-Modul der Schmelze von 0.2 Mb in Abb. 90 links der Modulkurve A angegeben. Bei Filmen wird der Modulabfall durch das Verhältnis β/α bestimmt, das obige α konnte daher so gewählt werden, daß Schmelzkonzentrationen vergleichbar

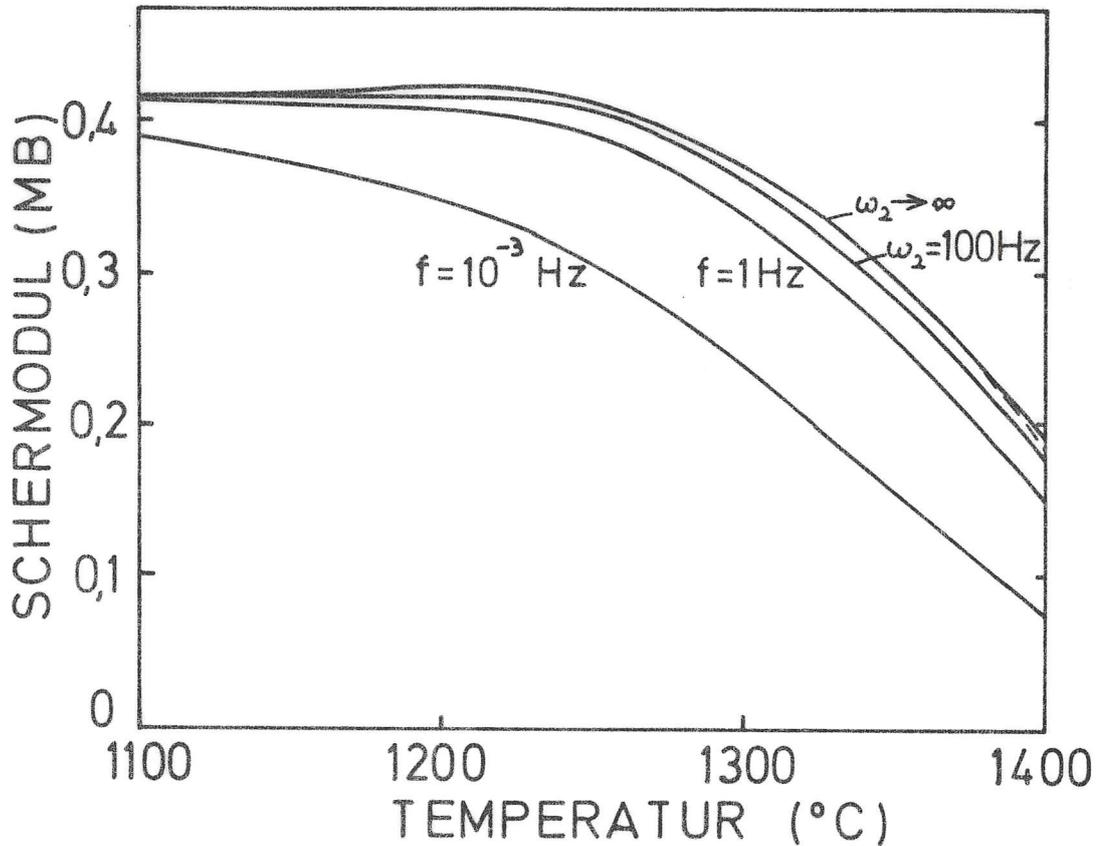


Abb. 91: Gemessener Schermodul für Dunit bei den zwei Frequenzen $f=0.001\text{Hz}$ und 1Hz und berechneter unrelaxierter Schermodul für zwei verschiedene Annahmen über die rechte Eckfrequenz des Absorptionsbandes ($\omega_2=100\text{Hz}$ bzw. ∞) in Abhängigkeit der Temperatur, $\gamma=0.25$ in (6.3). Die gestrichelte Kurve für hohe Temperaturen gibt μ_u für den Fall $\omega_2 \rightarrow \infty$ nach einer exakten Lösung der Kramers-Krönig-Relation für ein $Q \sim \omega^\delta$ von Müller (1983).

mit denen von Kurve B resultieren. Es sollte daran erinnert werden, daß dieses α als repräsentativ für entsprechende Verteilungen in α gemäß Gleichung (3.2.12) aufgefaßt werden kann.

Nimmt man nun die Schmelze verteilt in Kanälen mit spitzkantigem Querschnitt ($\epsilon=0$, vgl. Abb. 14) an, so ergeben sich Schmelzkonzentrationen, die rechts der Kurve A angegeben sind. Im Unterschied zu Schmelzfilmen gibt es bei Kanälen keinen frei wählbaren Parameter, mit Hilfe dessen die Schmelzkonzentrationen den entsprechenden der Kurve B angepaßt werden können. Vergleicht man nun die Schmelzkonzentrationen miteinander, so führt das Kanalmodell offensichtlich zu widersprechenden Schmelzanteilen. Eine Erklärung dieser Diskrepanz durch ein nicht vollständig zusammenhängendes Schmelznetz führt selbst bei 14% Schmelze zu einem sehr niedrigen Verbundenheitsgrad, so daß diese Möglichkeit wohl auch in Anbetracht der mikroskopischen Hinweise auf Schmelzfilme auszuschließen ist.

Betrachtet man nun Kurve C, so ändert sich das Q -Verhalten offensichtlich beim Überschreiten der Solidustemperatur nicht signifikant. Der Verlauf ist, abgesehen von einer etwas unterschiedlichen Steigung, vergleichbar mit den Q -Messungen an polykristallinem Forsterit (nicht abgebildet). Falls die durch Schmelze hervorgerufene Absorption eine mit der Festkörperabsorption vergleichbare Größenordnung hätte, müßte sich, wie in Kap. 3.6. diskutiert wurde, das Temperatur-Frequenzverhalten beim Überschreiten des Solidus deutlich ändern. Der durch die Messungen erfaßte Frequenzbereich (Abb. 88) dürfte breit genug sein, um entweder Absorption durch Flüssigkeitsströmung oder Scherrelaxation zu erfassen (Abb. 27) (beide Mechanismen erzeugen vergleichbar hohe Q_{\max}^{-1} -Werte, wie aus Abb. 19 und 23 hervorgeht). Damit nun ein nur durch Schmelze hervorgerufenen Q_f^{-1} das gesamte Q^{-1} -Verhalten beim Überschreiten der Solidustemperatur nicht signifikant verändert, darf es etwa 50% von Q_o^{-1} (allein auf Festkörpermechanismen beruhend) nicht überschreiten. In Abb. 90 ist demnach Kurve C als von Schmelze unabhängig zu betrachten, wenn das Q_f um mindestens $1/3$ Dekade oberhalb von Kurve C liegt.

Mit den sich aus dem unrelaxierten Schermodul ergebenden Schmelzkonzentrationen wurde nun die halbe Relaxationsstärke $\Delta'/2$ berechnet, die unter Annahme eines einzelnen Absorptionspeaks mit dem maximalen Q^{-1} bzw. minimalen Q identisch ist. Es ergeben sich die Kurven D und E als Q_{\min} des Filmmodells bzw. Kanalmodells. Aus dem Kanalmodell folgen Q -Werte, die bis fast 1400°C hoch genug sind, um die gemessene Q -Kurve nicht zu beeinflussen. Dies wäre zwar verträglich mit der Annahme, das gemessene Q beruhe hauptsächlich auf Festkörpermechanismen, aufgrund der oben beschriebenen Diskrepanz zwischen der Elastizitäts- und der Leitfähigkeitsinterpretation für Kanäle und wegen des negativen mikroskopischen Befundes wurde das Kanalmodell jedoch ausgeschlossen. Für Filme wird die gemessene Kurve C offensichtlich schon bei weniger als 1300°C durch die $2/\Delta'$ -Kurve (D) unterschritten. Um nun das Q_f der Schmelze auf Werte deutlich oberhalb der Kurve C zu bringen, bieten sich für das Filmmodell mehrere Erklärungsmöglichkeiten an. Zunächst sei bemerkt, daß im Unterschied zu den Schmelzkonzentrationen auf der linken Seite der μ -Kurve (A) die Lage der $2/\Delta'$ -Kurve (D) für Filme nicht mehr

vom Querverhältnis abhängt. $\Delta'/2$ ist für Filme eine eindeutige Funktion von μ_u (vgl. Abb. 36). Falls nun im Unterschied zu einem Debye-peak eine breite Verteilung von Relaxationszeiten vorliegt, wird das Q_f deutlich größer als $2/\Delta'$ (Kurve D) sein. Ein Q_f einer 10 - 11 Dekaden breiten τ -Verteilung uniform bzgl. $\log \tau$ würde gemäß Gleichung (3.1.30) genügend oberhalb von Kurve C liegen. Eine solche Verteilung würde einer 3 - 4 Dekaden breiten Verteilung von Querverhältnissen entsprechen. Eine solch breite Verteilung würde nicht ohne Einfluß auf die spezifische Leitfähigkeit bleiben. Wie in Kap. 4.3. diskutiert, würde eine Verteilung der Leitfähigkeiten eines Widerstandsnetzwerkes über drei Dekaden eine Abnahme der Gesamtleitfähigkeit auf etwa 20% bewirken. Zur Erklärung der abknickenden Kurve B müßten dann die links angegebenen β -Werte mit etwa 5 multipliziert werden. Erhöht man dann ebenso die β -Werte an der μ -Kurve um den Faktor 5, so bleibt der Modulabfall erhalten, falls das der Verteilung äquivalente Querverhältnis ebenfalls um den Faktor 5 angehoben wird. Nach (3.2.21) erhielte man dann eine α -Verteilung uniform bzgl. $\log \alpha$ zwischen 10^{-4} und 10^{-1} .

Als eine weitere Möglichkeit, die Q_f -Werte des Filmmodells zu erhöhen, kommt die Annahme eines herabgesetzten Verbundenheitsgrades in Betracht. Aus dem Vergleich von Abb. 33 mit Abb. 47 wird jedoch deutlich, daß bereits ein 20%-iger Modulabfall einem 90%-igen Verbundenheitsgrad entsprechen würde, so daß diese Möglichkeit als alleinige Ursache für eine Erhöhung der Q_f -Kurve (D) für Temperaturen $> 1300^\circ\text{C}$ wohl ausgeschlossen werden kann. Denkbar wäre jedoch eine Kombination, d.h. eine Verteilung von Querverhältnissen zusammen mit einem von der Schmelzkonzentration und dem Querverhältnis abhängigen Verbundenheitsgrad.

Um nun die Möglichkeit eines herabgesetzten Verbundenheitsgrades quantitativ genauer zu betrachten, wurde der Versuch unternommen, den vom Querverhältnis α und der Schmelzkonzentration β abhängigen unrelaxierten Modulabfall mit der ebenfalls über den Verbundenheitsgrad von α und β abhängigen Leitfähigkeit zu vergleichen. Hierzu wurden die Modulabfälle und $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_0$ -Verhältnisse in ihrer Darstellung als Isolinien in den Diagrammen mit α als Ordinate und β als Abszisse genommen (Abb. 33 und 68). Das $\sigma_f/\sigma_0 = 1000$ -Verhältnis aus Abb. 68 stimmt mit den schon

oben gemachten Annahmen über σ_0 und σ_f überein. Es wurden nun den Linien gleichen Modulabfalls die aus Abb. 91 folgenden Temperaturen zugeordnet. Aus Abb. 90 konnte unter Annahme der linearen Extrapolation des Subsolidusastes von ζ' ein von T abhängiges $\frac{\sigma_{eff}}{\sigma_0}$ Verhältnis konstruiert werden, durch das den Kurven in Abb. 68 ebenfalls Labortemperaturen zugeordnet werden können. Zeichnet man in ein entsprechendes $\alpha - \beta$ -Diagramm die nach der Temperatur zusammengehörigen Moduli und Leitfähigkeiten (Abb. 92, durchgezogen und gestrichelt), so sollten aus den Schnittpunkten dieser Isolinien eindeutig die temperaturabhängigen Wertepaare α und β abzulesen sein. Wie man Abb. 92 entnimmt, sind die Schnittpunkte der Kurven für niedrige Temperaturen aufgrund ihres ähnlichen Anstiegs nicht sehr sicher festgelegt. Im Unterschied zur Annahme eines vollständigen Verbundenheitsgrades, bei dem die Leitfähigkeitskurven senkrecht verlaufen würden, folgt hier also, daß die Bestimmung von α und β aus der Leitfähigkeit und dem Modulabfall für Temperaturen knapp über dem Solidus nicht sehr sicher ist. Man benötigt für diesen Fall also eine zusätzliche In-

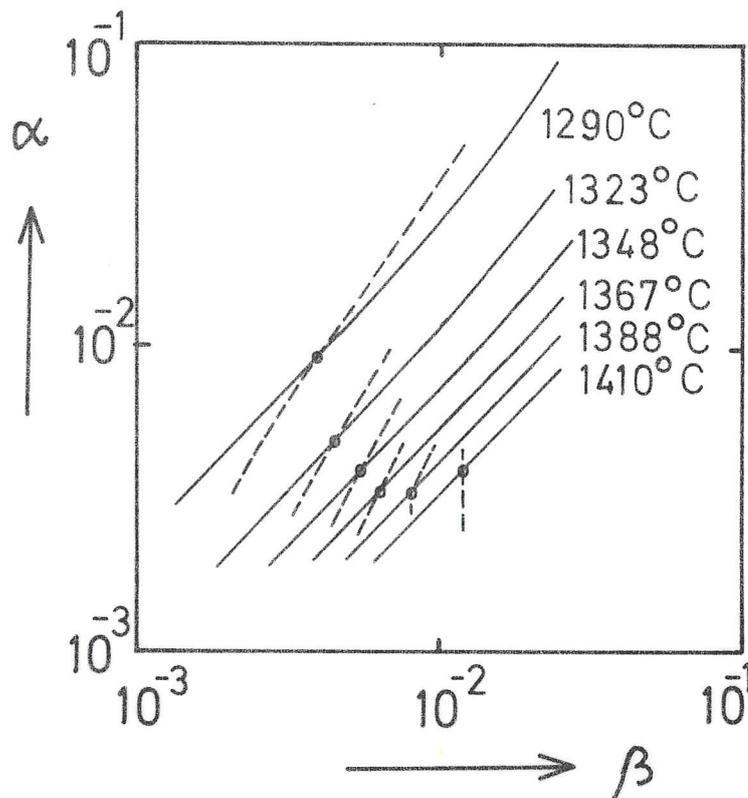


Abb. 92: Kurven gleichen unrelaxierten Modulabfalls (durchgezogen) und gleichen Verhältnisses σ_{eff}/σ_0 (gestrichelt) bei den angegebenen Labortemperaturen in Abhängigkeit von der Schmelzkonzentration β und dem Querverhältnis α . $K_f=0.2 \text{ Mb}$, $n_{max}=4$. Die Ausgangsdiagramme waren in Abb. 33 und Abb. 68 dargestellt.

formation, z.B. die Schmelzkurve. Bei zunehmender Temperatur und auch zunehmendem Verbundenheitsgrad werden die Steigungen der sich schneidenden Kurven unterschiedlicher, bis schließlich bei 100%-igem Verbundenheitsgrad die Leitfähigkeiten senkrecht verlaufen und zu sicheren Schnittpunkten führen. Aus Abb. 92 folgt schließlich, daß Schmelzkonzentrationen von 0.4% bis 1.2% und Querverhältnisse zwischen $3 \cdot 10^{-3}$ und 10^{-2} die Leitfähigkeiten und Moduldaten unter den gemachten Annahmen erklären können.

Das eben beschriebene Vorgehen zur Interpretation der Leitfähigkeitsdaten hat den Nachteil, daß in den benutzten Diagrammen das σ_f / σ_o -Verhältnis festgelegt ist. Haben nun σ_o und σ_f unterschiedliche Temperaturabhängigkeiten, so gelten die einzelnen α - β -Leitfähigkeitsdiagramme (Abb. 68 bis 70) jeweils nur für einzelne Temperaturbereiche. Sind also $\sigma_o(T)$ und $\sigma_f(T)$ explizit gegeben bzw. angenommen, dann bieten sich die in Kap. 4.4.2. vorgestellten Temperatur-Schmelzanteil-Diagramme mit den effektiven Leitfähigkeiten und unrelaxierten Modulabfällen als Isolinien zur Anwendung an.

Bei dem nun folgenden Interpretationsversuch wurde für $\sigma_o(T)$ der Subsolidusast für Dunit aus Abb. 90 (Kurve B) bzw. Abb. 71 (Kurve A) angenommen, über 1244°C wurde er parallel zu RSP ("red sea peridotite", vgl. Abb. 71) fortgesetzt. Für $\sigma_f(T)$ wurde die Meßkurve für Hawaii-Tholeiit-Schmelze bei 0 kb von Tyburczy und Waff (1983) (obere Kurve in Abb. 71) herangezogen. Aus der gemessenen Widerstandskurve in Abb. 90 und dem unrelaxierten Schermodul in Abb. 91 lassen sich nun für jeweils gleiche Temperaturen zusammengehörige Datenpaare

$\sigma_{\text{eff}} - \Delta\mu_u / \mu_o$ bilden (Tab. 2). Nimmt man nun als Schmelzmodell film- bis ellipsoid- oder kugelförmige Inklusionen mit zum Teil herabgesetztem Verbundenheitsgrad an, so lassen sich in einem T- β -Diagramm Linien gleicher Datenpaare, also gleicher Leitfähigkeit und gleichem Moduls, eintragen, wobei das Querverhältnis die Rolle des

T	σ_{eff}	$\Delta\mu_u / \mu_o$	Kurven-Nr.
1318 ^o C	0.01 S/m	15 %	1
1356	0.02	31 %	2
1390	0.04	49 %	3
1409	0.06	61 %	4
1423	0.08	-	5
1431	0.1	-	6

Tab. 2: $\sigma_{\text{eff}} - \Delta\mu_u / \mu_o$ -Datenpaare, bestimmt aus Abb. 90 und Abb. 91, die für die Kurven in Abb. 93 bis 95 gelten.

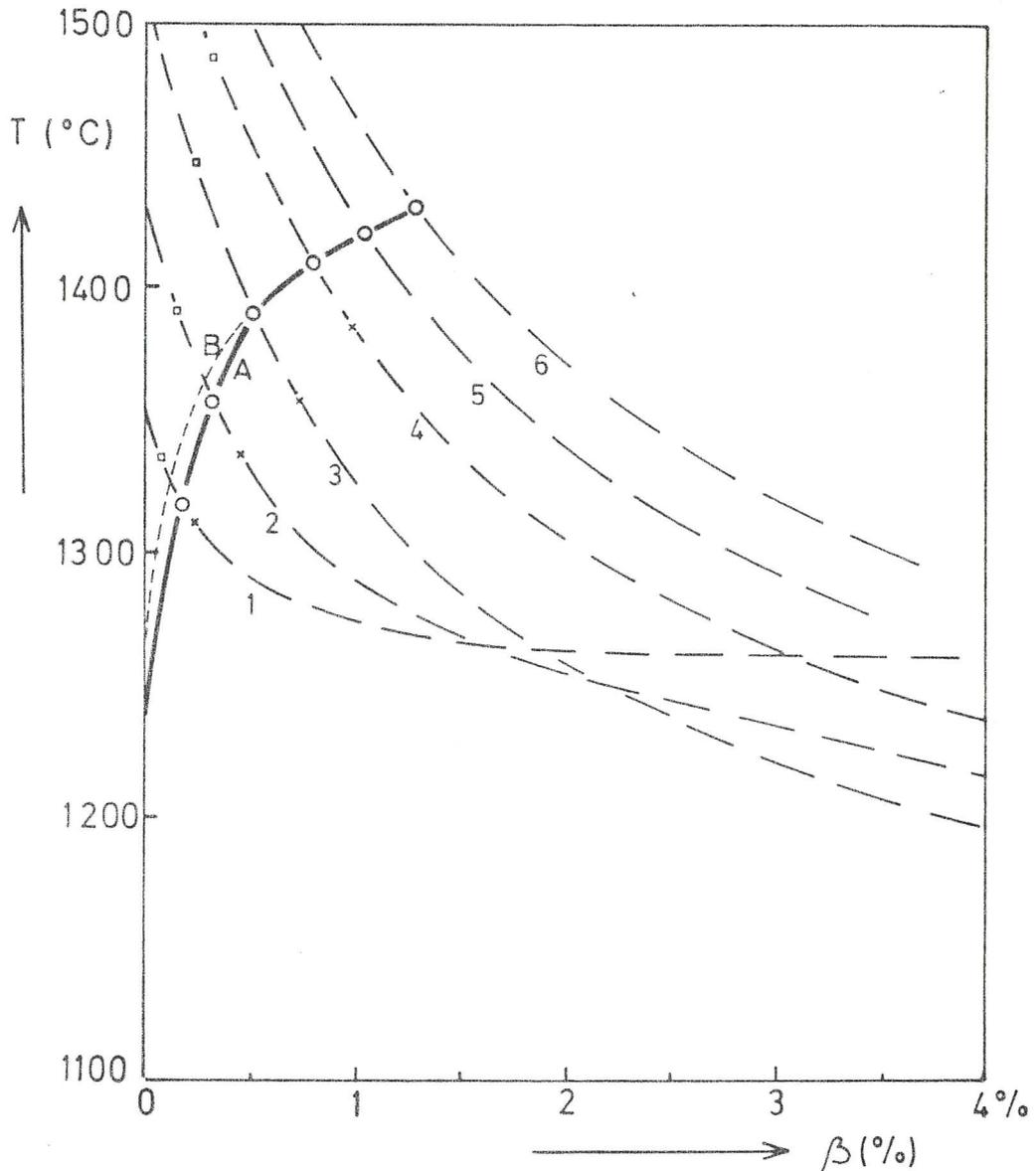


Abb. 93: Bestimmung von Schmelzkurven (A,B) aus den Modul- und Leitfähigkeitsdaten der Labormessungen für Dunit von Berckheimer et al. (1982a). Die Kurven 1 bis 6 stellen Isothermen der Datenpaare 1 bis 6 aus Tab. 2 dar. Als Modell wurden film- bis ellipsoidförmige Inklusionen mit zum Teil herabgesetztem Verbundenheitsgrad (für Kurve A) und vollständigem Verbundenheitsgrad (für Kurve B) angenommen. Das Querverhältnis erreicht als Kurvenvariable bei (□) 10^{-3} und bei (x) $3 \cdot 10^{-3}$. Näheres siehe Text.

variablen Kurvenparameters übernimmt. Als Beispiel für solche Kurven wurde in Abb. 77 schon die Wanderungskurve für ein willkürlich gewähltes Datenpaar für ansteigendes α gezeigt und diskutiert. In Abb. 93 sind nun solche Isothermen (Kurven 1 bis 6) für die in Tab. 2 angegebenen Datenpaare 1 bis 6 dargestellt. Längs der Kurven variiert das Querverhältnis, es beginnt an der Ordinate mit

0, erreicht 10^{-3} und $3 \cdot 10^{-3}$ an den Quadrat- bzw. Kreuzmarkierungen und steigt an bis 1 (außerhalb vom Bild). Für Modulabfälle $\geq 50\%$ war der Verbundenheitsgrad 100%, die Kurven 3 bis 6 verlaufen daher im Unterschied zu Kurve 1 und 2 identisch mit den zugehörigen HS+-Kurven. Jedem Datenpaar entspricht die in Tab. 2 angegebene Meßtemperatur. Kennzeichnet man diese Temperaturen an den einzelnen Kurven (Kreise), so stellt die sich daraus ergebende Verbindungskurve A eine aus den Messungen resultierende Schmelzkurve dar, vorausgesetzt, das Film-Ellipsoid-Modell war anwendbar. Die α - und β -Werte hier fallen etwas niedriger aus als bei obiger Interpretation. Dies ist auf die geänderte ζ_0 -Annahme oberhalb 1244°C zurückzuführen.

Nimmt man bis zu beliebig kleinen Schmelzkonzentrationen einen 100%-igen Verbundenheitsgrad an, so ergibt sich Kurve B. Einen sehr abweichenden Effekt zeigt also die Berücksichtigung eines herabgesetzten Verbundenheitsgrades hier nicht.

In den eben besprochenen Interpretationsansätzen war noch nicht die im Vergleich zum beobachteten Q^{-1} zu hohe Schmelzrelaxationsstärke bei Filmen berücksichtigt. Eine Möglichkeit, bei gleichem Modulabfall eine geringere Relaxationsstärke zu erhalten, liegt in einer Verteilung der Schmelze sowohl in Filmen, als auch in kugelförmigen Inklusionen (vgl. Abb. 54). Um für ein solches Modell die elastischen und elektrischen Auswirkungen zu verknüpfen, wurden wieder die einzelnen Datenpaare aus Tab. 2 in Form von Isolinien in einem T - β -Diagramm dargestellt, diesmal jedoch mit dem Schmelzverhältnis β_F / β_{Ku} als variablem Kurvenparameter (Abb. 94). (Vgl. hierzu das Beispiel für eine solche Schnittpunktwanderungskurve in Abb. 80). Diese mit 1 bis 4 bezeichneten Kurven für die Datenpaare 1 bis 4 geben also je nach Kurvenparameter β_F / β_{Ku} die Temperatur und Schmelzkonzentration an, die unter den Film-Kugel-Modell-Annahmen das zugehörige ζ_{eff} und $\Delta\mu_u / \mu_0$ erzeugen würden. Der obere Kurvensatz gilt für Filme mit dem Querverhältnis $\alpha = 0.001$, der untere für $\alpha = 0.01$. Das Verhältnis β_F / β_{Ku} nimmt von den linken Endpunkten ($\beta_F / \beta_{Ku} = 100/0$) zunächst sehr schnell ab und erreicht (für den oberen Kurvensatz) bei den Minima etwa den Wert 25/75. Für kleinere Werte als 10/90 wird die dem Modell zugrunde liegende Formel (4.25) mit (4.35) nicht mehr anwendbar, die Kurven sind daher gestrichelt in Richtung auf die

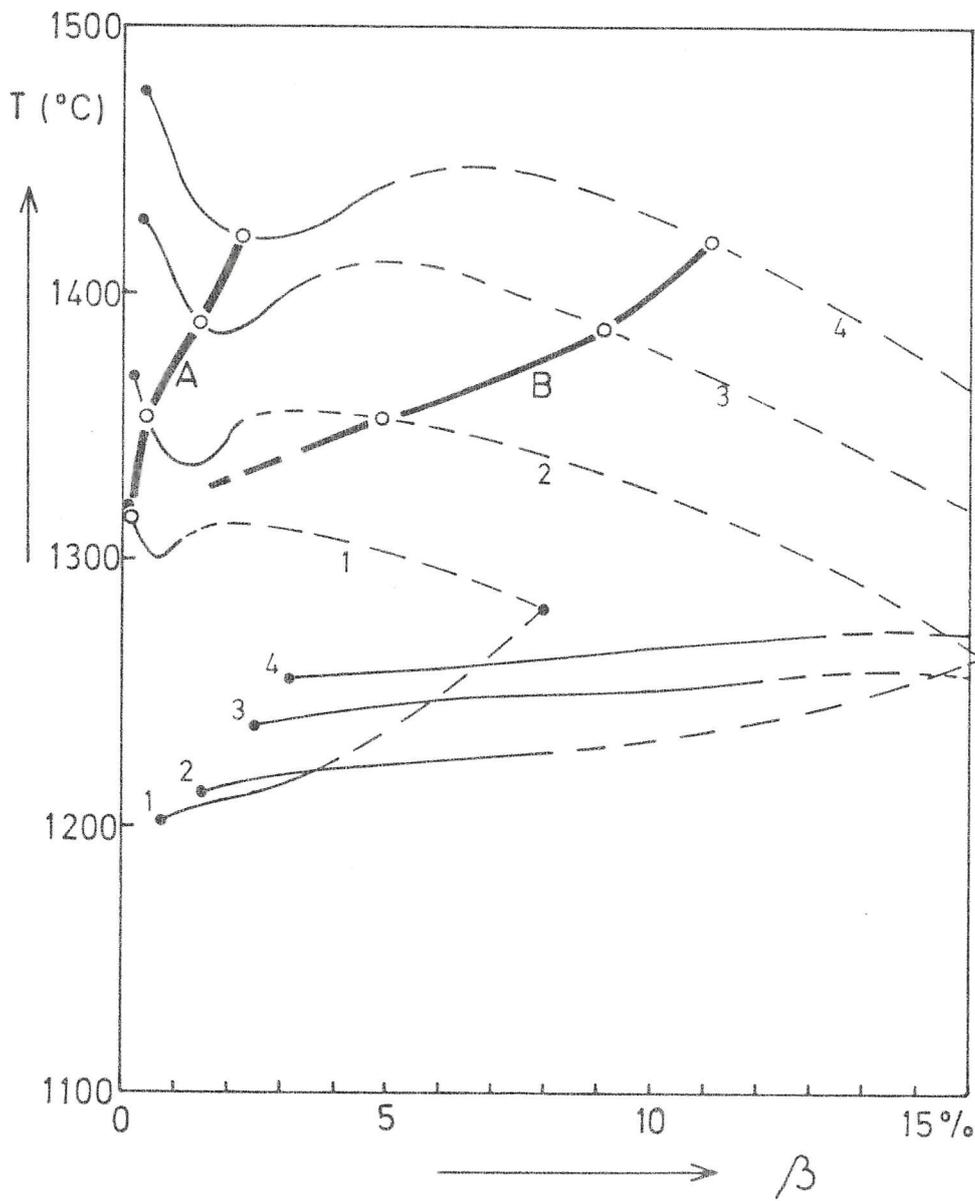


Abb. 94: Bestimmung von Schmelzkurven (A,B) aus den Modul- und Leitfähigkeitsdaten der Labormessungen von Berckheimer et al. (1982a). Modellannahmen: Filme mit $\alpha = 0.01$ (Kurven 1 bis 4 unten) bzw. $\alpha = 0.001$ (1 bis 4 oben) überlagert mit Kugelinklusionen. Näheres siehe Text.

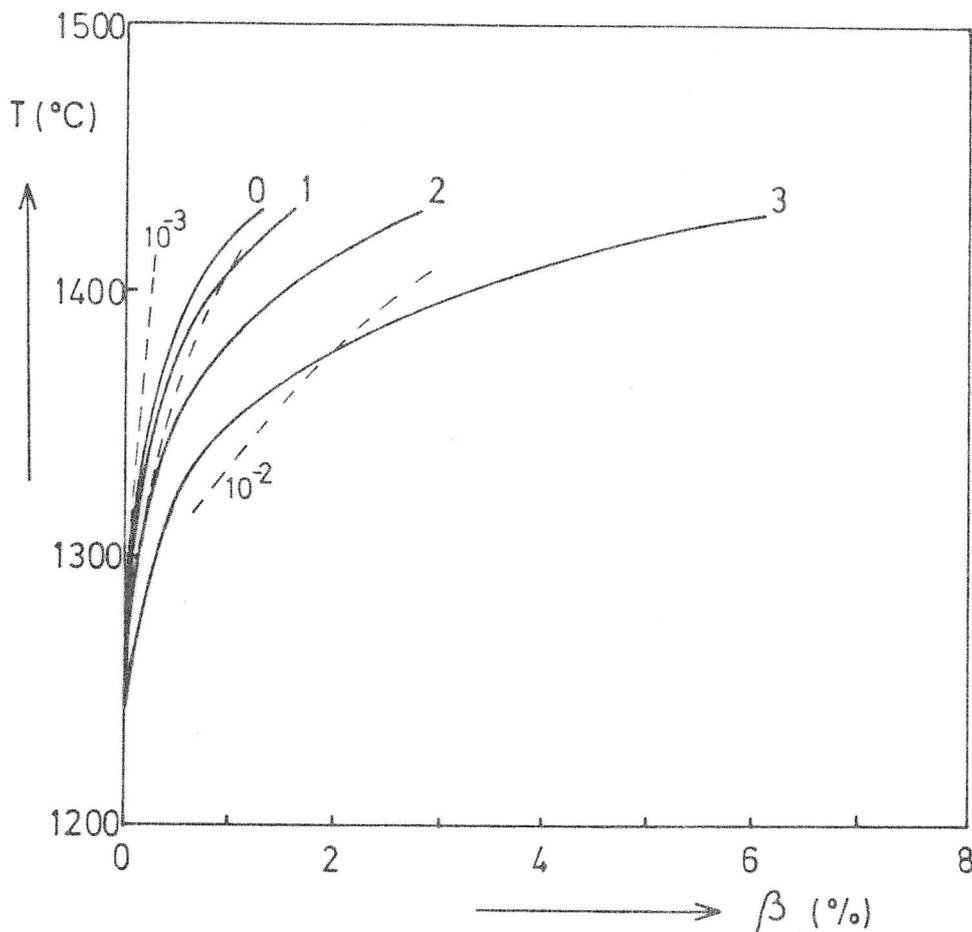


Abb. 95: Bestimmung von Schmelzkurven aus Moduldaten (gestrichelt) und Leitfähigkeitsdaten (durchgezogen) für Schmelzfilme mit verteilten Querverhältnissen über 0, 1, 2, und 3 Dekaden (Kurven 0 bis 3).

Endpunkte für $\beta_F / \beta_{Ku} = 0/100$ fortgesetzt, welche durch das Kugelmodell (Abb. 77, mit entsprechenden σ_o, σ_f -Annahmen) festgelegt sind.

Die Lage der Kurven 1 bis 4 hängt sehr stark vom Querverhältnis der Filme ab. Mit einem $\alpha = 0.01$ (unterer Kurvensatz) erreichen sie offensichtlich überhaupt nicht die zugehörigen Labortemperaturen aus Tab. 2. Die $\alpha = 0.001$ -Kurven hingegen schneiden die Labortemperaturen an den durch Kreise markierten Stellen. Es ist eine Tendenz zu einem relativ horizontalen Verlauf der Kurven für kleinere β_F / β_{Ku} zu erkennen. Hierdurch ist die Bestimmung der Schmelzanteile für die jeweilige Labortemperatur nicht mehr eindeutig möglich. Die Kurven A und B zeigen zwei mögliche Schmelzkurven (man beachte den zu Abb. 93 unterschiedlichen Maßstab der β -Achse). Kurve B resultiert aus den nur schlecht belegten Abschnitten der Kurven 1 bis 4 und ist wohl auch wegen der für Dunit zu hohen Schmelzanteile auszuschließen. Der längs Kurve A geltende Anteil kugelförmiger Inklusionen nimmt bei ansteigender Temperatur bis etwa $\beta_{Ku} / \beta_F = 75/25$ zu.

Beachtet man jedoch den mit zunehmendem Kugelanteil verbundenen Abfall der Relaxationsstärke in Abb. 54, so ist dieser bei $\beta_F / \beta_{Ku} = 25/75$ noch sehr gering und wird bei einem $\alpha = 0.001$ noch erheblich geringer. Andererseits würde ein genügend hoher Kugelanteil zu unrealistisch hohen Schmelzkonzentrationen führen. Eine Überlagerung von Filmen und Kugeln allein wird also nicht ausreichen, die $2/\Delta'$ -Kurve für Filme in Abb. 90 (Kurve D) genügend anzuheben.

Als letzte Möglichkeit soll nun eine breite Verteilung von Querverhältnissen in Betracht gezogen werden. Eine uniforme α -Verteilung bzgl. $\log \alpha$ über drei Dekaden wäre ausreichend, die Schmelzrelaxationsstärke genügend herabzusetzen. Berechnet man für solche Verteilungen ein G_{\log} nach (4.31), so lassen sich mit diesem unter Berücksichtigung obiger σ_o, σ_f -Annahmen Linien gleicher effektiver Leitfähigkeit für ein T - β -Diagramm bestimmen (analog zu den in Abb. 72 bis 82 dargestellten Kurven). Die Kurven der σ_{eff} -Werte aus Tab. 2 durchlaufen die zugehörigen Labortemperaturen bei bestimmten β -Werten. Verbindet man diese (T, β) -Punkte, so erhält man für die jeweils gewählte α -Verteilung eine Schmelzkurve. Abb. 95 zeigt für die oben erwähnten Verteilungen über 0, 1, 2, und 3 Dekaden die jeweils resultierenden Schmelzkurven (0 bis 3). Kurve 0 ist hierbei identisch mit Kurve B aus Abb. 93.

Eine breitere Verteilung führt offensichtlich zu größeren Schmelzanteilen. Im Unterschied zu den Schmelzkurven der letzten beiden Abbildungen basieren diese Kurven nur auf den Leitfähigkeitsdaten. Um auch die Elastizitätsdaten mit einzubeziehen, wurden jeweils für ein Querverhältnis $\alpha = 10^{-3}$, $3 \cdot 10^{-3}$ und 10^{-2} die Schmelzkonzentrationen berechnet, die die in Tab. 2 gegebenen Modulabfälle hervorrufen würden. Die Modulabfälle sind temperaturabhängig, die zugehörigen Schmelzkonzentrationen können also in Abb. 95 als Temperatur-Schmelzkurve eingetragen werden (gestrichelt). Diese Kurven geben also an, welche β -Werte bei den angenommenen Querverhältnissen nötig sind, um die bei den jeweiligen Temperaturen beobachteten Modulabfälle zu erklären. Die angegebenen α -Werte sind als repräsentative Querverhältnisse α' aufzufassen gemäß

$$\alpha' = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\ln(\alpha_2/\alpha_1)} \quad (3.2.21)$$

Es wird in Abb. 95 eine Mehrdeutigkeit erkennbar: einmal ließen sich die σ_{eff} , $\Delta\mu_u/\mu_o$ -Daten durch eine α -Verteilung konstanter Breite erklären, die sich jedoch bei wachsender Schmelzkonzentration zu höheren α -Werten hin verschiebt, während im anderen Fall das α' mit zunehmendem β konstant bleibt, sich die Breite der Verteilung jedoch verringert. Es scheint jedoch nicht unvernünftig, daß sich mit zunehmender Schmelze bei möglicherweise begrenzter Filmfläche die Filmdicke, also α' , vergrößert.

Als Endresultat der hier aufgeführten Interpretationsansätze für den Labordatensatz kann zusammengefaßt werden: Die Labordaten sind verträglich mit der Annahme von Schmelzfilmen, deren repräsentatives Querverhältnis von $3 \cdot 10^{-3}$ bis über 10^{-2} anwächst. Gleichzeitig ist jedoch die Möglichkeit nicht auszuschließen, daß ein bestimmter Anteil (vermutlich jedoch weniger als 75%) der Schmelze in Form von kompakten Schmelztaschen auftritt. Schmelze in Kanälen kann als vorherrschende Geometrie weitgehend ausgeschlossen werden.

Beurteilt man die Anwendbarkeit der Schmelzmodelle, so erweisen sich die T- β -Darstellungen mit den Isolinien der Leitfähigkeiten und der Modulabfälle bzw. direkt mit den Isolinien von $\sigma_{\text{eff}} - \Delta\mu_u/\mu_o$ -Datenpaaren als geeignet, um Leitfähigkeiten und Elastizitätsdaten miteinander zu verknüpfen. Die Darstellungen der $\sigma_{\text{eff}}/\sigma_o$ -Isolinien in α - β -Diagrammen eignen sich dagegen nur für spezielle Annahmen über Geometrie und Verbundenheitsgrad der Inklusionen.

Die Einbeziehung der Absorption durch Schmelze dürfte sich in vielen Fällen auf eine Abschätzung durch aus Beobachtungen gegebenen oberen Grenzen beschränken, da häufig die Festkörperabsorption dominiert. Hierzu eignen sich die Diagramme der Relaxationsstärke in Abhängigkeit vom Modul, die im nächsten Kapitel Anwendung finden.

7. Anwendung der Schmelzmodelle auf in situ-Daten

7.1. Interpretation von Asthenosphären Daten

Der in dieser Arbeit entwickelte Satz von Schmelzmodellen soll nun auf in situ-Daten der Asthenosphäre angewendet werden. Eine solche kombinierte Anwendung von Leitfähigkeits- und Elastizitätsmodellen ist bisher nur von Shankland et al. (1981) durchgeführt worden. Als Leitfähigkeitsmodell benutzten sie die obere HS-Grenze für partiell geschmolzenes Gestein, die Schmelze wurde also in Form eines zusammenhängenden Filmes angenommen. Ausgehend von einer Asthenosphärenleitfähigkeit von $\sigma \approx 0.1 \text{ S/m}$ resultierten bei Shankland et al. Schmelzkonzentrationen von mindestens einigen Prozent. Zur Erklärung der seismischen Geschwindigkeiten und Absorption wurde das Filmmodell von O'Connell und Budiansky (1977) herangezogen, das mit unterschiedlichen Annahmen von Querverhältnissen und Verteilungen zu wenigen zehnteln Prozent Schmelze führte. Eine Erweiterung der Verteilung von Querverhältnissen zu größeren Werten hin (bis 0.5) oder eine Superposition von Filmen und runden Poren resultierte in größeren Schmelzkonzentrationen. Solche Konfigurationen sind allerdings nicht mehr mit der Annahme verträglich, die Leitfähigkeit sei durch die HS-Grenze gegeben; befindet sich ein gewisser Anteil von Schmelze in runden Poren, so trägt er wesentlich weniger zur Leitfähigkeit bei, als wenn diese Schmelze in Form von Filmen verteilt wäre. Eine vollständige Diskussion des Kanalmodells bezüglich Leitfähigkeit, seismischer Geschwindigkeiten und Absorption wurde von Shankland et al. nicht durchgeführt.

Im folgenden werden nun typische in situ-Daten für die Asthenosphäre zusammengestellt.

7.1.1. Zusammenstellung von seismischen und elektrischen Daten für eine ozeanische Asthenosphäre

Zur Bestimmung der seismischen Struktur der Asthenosphäre, insbesondere der v_s - und Q_s -Tiefenverteilung, sind Untersuchungen von Oberflächenwellen besonders geeignet. Häufig erlauben sie wegen der unterschiedlichen Laufwege der Wellen eine regionale Unterscheidung je nach Alter des Ozeanbodens. Eine vom Alter abhängige Tiefenlage der LVZ tritt im Pazifik deutlich hervor (Forsyth, 1975; Leeds, 1975; Mitchell und Yu, 1980), ist jedoch im Atlantik nicht erkennbar (Canas und Mitchell, 1981; Weidner, 1974). Systematische Variationen der Geschwindigkeiten in der Asthenosphäre selbst sind in beiden Regionen nicht zu erkennen, im Pazifik jedoch steigt v_s der Lithosphäre mit zunehmendem Alter leicht an, wodurch eine Zunahme des Geschwindigkeitskontrastes zwischen Lithosphäre und Asthenosphäre hervorgerufen wird (Canas und Mitchell, 1981; Mitchell und Yu, 1980). Die Dicke der Lithosphäre im Pazifik nimmt mit dem Alter auf Kosten der Asthenosphäre zu (Mitchell und Yu, 1980). Faßt man nun eine Reihe von Untersuchungen der ozeanischen Tiefenstruktur zusammen (Forsyth, 1975; Cara, 1979; 1981; Anderson, 1967; Leeds, 1975; Weidner, 1974; Mitchell und Yu, 1980; Canas und Mitchell 1981; Jacoby und Girardin, 1980; Keen et al., 1980), so ergeben sich v_s -Erniedrigungen zwischen 6 und 15 Prozent, mit typischen Werten um 10%.

Als Beispiel sei das Geschwindigkeitstiefenprofil von Cara (1979, 1981) gezeigt (Abb. 96).

Eine mögliche Erklärung für Geschwindigkeitsinversionen im Mantel kann in der abnehmenden Dichte liegen. Die seismische Geschwindigkeit verhält sich nach der empirischen Birch-Gleichung (5.2) proportional zur Dichte, die

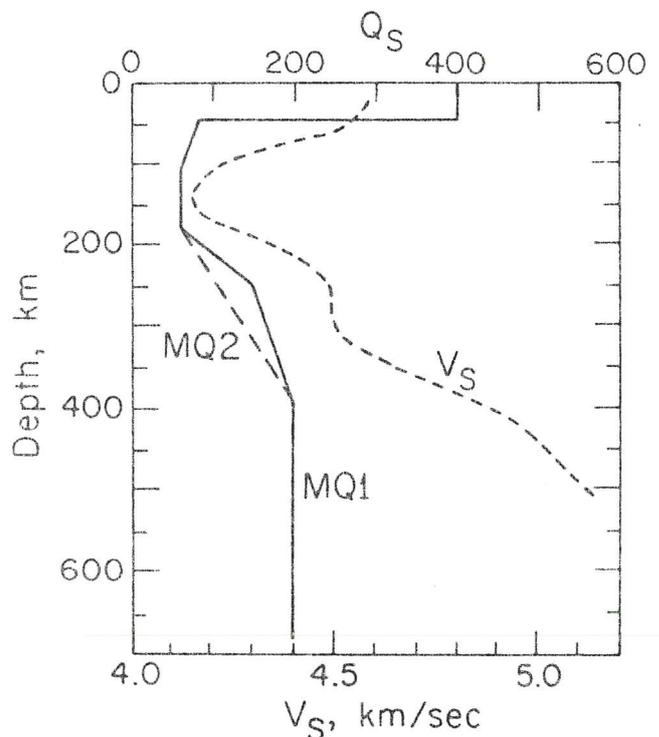


Abb. 96: v_s und Q_s in Abhängigkeit von der Tiefe aus Rayleighwellen für den Pazifik (aus: Cara, 1981).

Dichte wiederum nimmt mit zunehmender Tiefe zu, mit zunehmender Temperatur jedoch ab (vgl. Gleichung 5.3). Es läßt sich also ein kritischer Temperaturgradient mit der Tiefe bestimmen, von dem ab die seismische Geschwindigkeit abnimmt. Für die Asthenosphäre liegt dieser kritische Gradient bei $3^{\circ} - 4^{\circ}\text{C}/\text{km}$ (Ringwood, 1975). Anderson und Sammis (1970) und Birch (1969) haben gezeigt, daß die beobachteten Geschwindigkeitsabnahmen nicht allein durch einen solchen überkritischen Temperaturgradienten erklärt werden können. Nach Birch kann eine realistische Temperaturtiefenverteilung lediglich einen Abfall von ca. 2% erzeugen. Zum gleichen Ergebnis kommt man mit der in Abb. 87 gezeigten Dichteabschätzung für die Asthenosphäre und Lithosphäre (Ito, 1977), wenn man die Dichtedifferenz mit Hilfe der Birch-Gleichung (5.2) in eine Geschwindigkeitsabnahme umrechnet (vgl. Kap. 5). Will man also beobachtete v_s -Abnahmen durch partielle Schmelze erklären, so dürften sie um etwa 2% zu reduzieren sein.

Mit welchen Q_s -Werten (für s-Wellen) ist nun in der Asthenosphäre zu rechnen? Abb. 97 zeigt eine Zusammenstellung von Q-Modellen für p-Wellen. MM8 ist ein globales, aus Oberflächenwellen erstelltes Modell (Anderson et al., 1965), SL8 stellt das bevorzugte frequenzunabhängige globale Modell von Anderson und Hart (1978) dar, zusammengestellt aus Eigenschwingungen, Oberflächen- und Raumwellendaten, AFL schließlich wurde von Archambeau et al. (1969) aus Raumwellen für Nordamerika entwickelt. SL8 hat zwischen 80 und 150 km Tiefe ein Minimum mit $Q_s = 90$. Dissipation durch Volumenänderung (Q_K^{-1}) dürfte im Mantel deutlich unter $Q_{\mu}^{-1} \approx Q_s^{-1}$

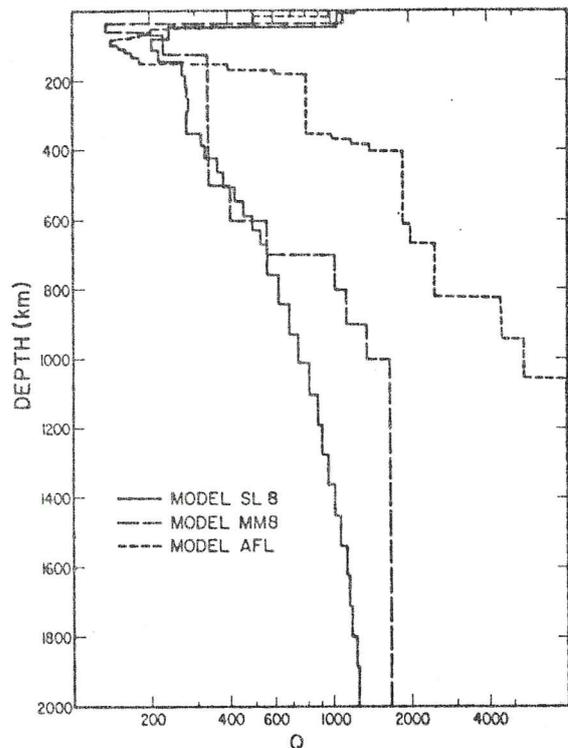


Abb. 97: Zusammenstellung verschiedener Q_p -Tiefenverteilungen (aus: Lundquist und Cormier, 1980).

liegen. Während Anderson und Hart (1978) Q_K^{-1} noch als vernachlässigbar ansehen, geben Sailor und Dziewonski (1978) $Q_K = 433$ und Anderson und Given (1982) ein minimales Q_K von 400 bei 0.3 Hz im oberen Mantel an.

Frequenzabhängige Modelle für Q im Mantel sind u.a. bisher von Lundquist und Cormier (1980) und Anderson und Given (1982) erstellt worden. Lundquist und Cormier bestimmen unter der Annahme eines Absorptionsbandes mit frequenzunabhängigem Plateau aus dem Quotienten der Modelle SL8 und AFL (Abb. 97), die für verschiedene Frequenzen gelten, die rechte Eckfrequenz eines angenommenen Absorptionsbandes. Eine leichte Verbesserung des Modells erhalten sie durch die Annahme eines zusätzlichen Absorptionsbandes in der Asthenosphäre mit den Eckfrequenzen $\omega_1 = 1$ Hz, $\omega_2 = 200$ Hz und $Q_{pmin} = 120$ im Tiefenbereich zwischen 45 und 200 km. Zur Berechnung von Q_s aus Q_p und Q_K ergibt sich aus den für die jeweiligen Moduli geltenden Definitionen (3.1.13)

$$Q_s^{-1} \approx Q_p^{-1} \frac{K + \frac{4}{3} \mu}{\frac{4}{3} \mu} - Q_K^{-1} \frac{K}{\frac{4}{3} \mu} \quad (7.1)$$

Mit $Q_p = 120$ ergibt sich dann für Q_s : $64 \geq Q_s \geq 53$ für $400 \leq Q_K \leq \infty$ und typische Mantelmoduli.

Lundquist und Cormiers Absorptionsbänder sind in Abb. 98 in Abhängigkeit von der Tiefe dargestellt.

Anderson und Given (1982) erklären die Beobachtungen der Absorption in der Erde dagegen mit einem einzigen Absorptionsband. Es weist zwischen den Eckfrequenzen eine leichte Frequenzabhängigkeit der Form $Q \sim \omega^{0.15}$ auf; die Eckfrequenzen stehen in einem konstanten Verhältnis, $\omega_2/\omega_1 = 10^5$, sie selbst sind jedoch, wie es aus der Annahme thermisch aktivierter Re-

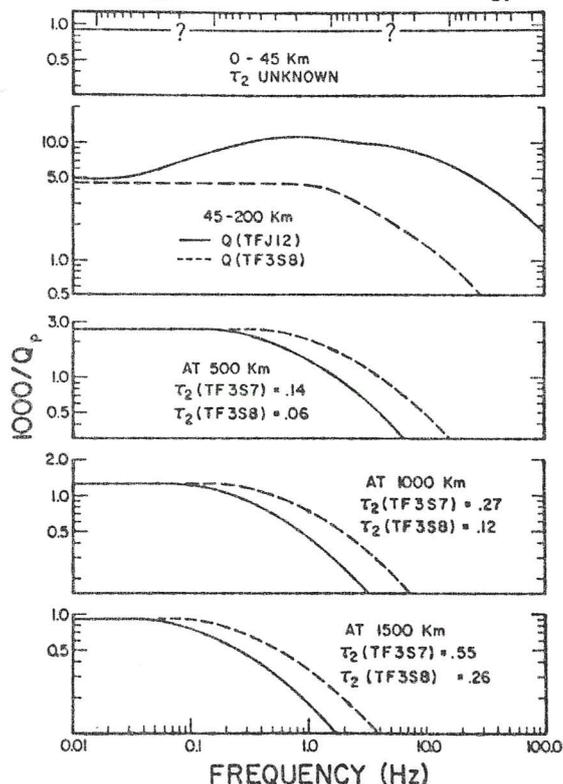


Abb. 98: Absorptionsbänder für verschiedene Tiefen. Näheres siehe Text. (Aus: Lundquist und Cormier, 1980).

laxation folgt, tie-
fenabhängig. Dieses
Absorptionsband ist
für verschiedene Tie-
fen in Abb. 99 gezeigt.
Es weist ein minimales
 Q_s von 80 auf. Ander-
son und Given haben al-
so gezeigt, daß die Ab-
sorption im ganzen Man-
tel mit einem einzigen
Absorptionsband, also
mit einem einzigen Ab-
sorptionsmechanismus
beschrieben werden
kann. Zur Erklärung
der "high absorption
zone" benötigen sie
demnach keinen durch
Schmelze hervorgerufe-
nen Mechanismus. Das
zusätzliche Absorp-
tionsband von Lund-

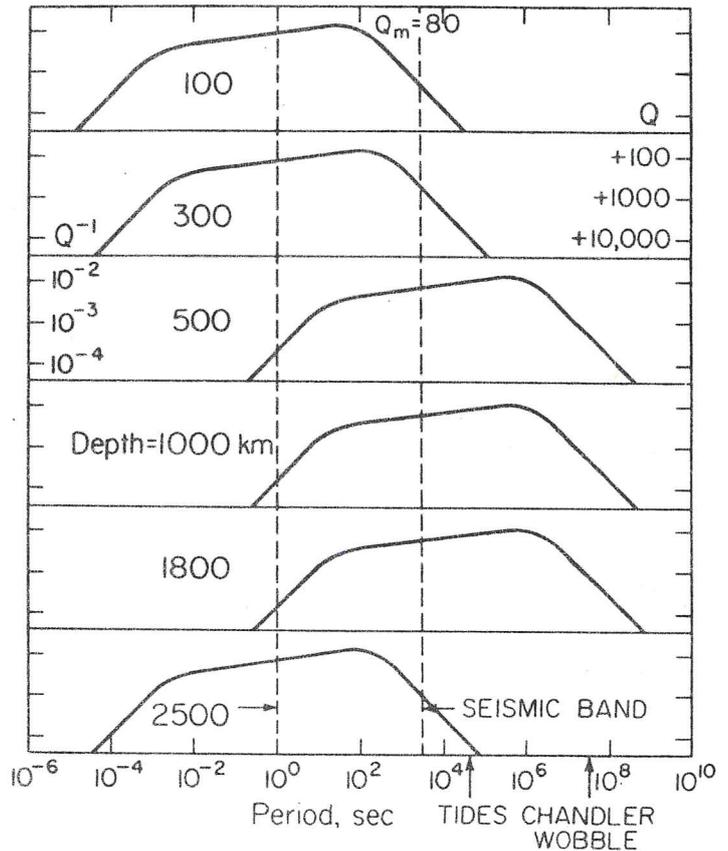


Abb. 99: Tiefenabhängiges Absorptionsband zur Erklärung beobachteter Mantelabsorption (aus: Anderson und Given, 1982).

quist und Cormier (1980) in der Asthenosphäre beruht auf der willkürlichen Annahme, die tieffrequente Eckfrequenz ω_1 des Bandes liegt im gesamten Mantel unterhalb der Frequenz sämtlicher Absorptionsmessungen. Dies impliziert, daß ein tieffrequentes Q^{-1} immer größer oder gleich einem hochfrequenten sein muß. Für den Fall, daß jedoch $Q^{-1}(\omega_{\text{klein}}) < Q^{-1}(\omega_{\text{groß}})$, also $Q_{\text{SL8}}^{-1} < Q_{\text{AFL}}^{-1}$ ist, müssen Lundquist und Cormier daher ein zweites Absorptionsband heranziehen. Anderson und Given schließen diesen Fall im Prinzip dadurch ein, daß $Q^{-1}(\omega_{\text{klein}})$ auf die tieffrequente Flanke zu liegen kommt. Beim Vergleich von Abb. 98 mit Abb. 99 ist darauf zu achten, daß einmal die Frequenz und einmal die Periode als Variable aufgetragen ist. Es besteht also die Möglichkeit, daß in der Asthenosphäre durch Schmelze hervorgerufene Absorption nicht dominiert, sondern daß die Mantelabsorption durchweg von Festkörperrelaxation (z.B. durch Bewegung von Dislokationen) hervorgerufen wird (Minster und Anderson, 1981; Gueguen et al. 1981). Dies wird auch

durch Labormessungen von Berckhemer et al. (1982a) und von Woigard und Gueguen (1978) unterstützt.

Als weitere in situ-Daten für Absorption in ozeanischer Asthenosphäre seien noch die Q -Bestimmungen aus Love- und Rayleighwellen von Cara (1981) und Canas et al. (1981) herangezogen. Caras Pazifik-Modell weist ein minimales Q_s zwischen 80 und 100 in Tiefen von 100 km bis 300 km auf. Eine Zusammenstellung weiterer regional unterschiedlicher Profile von Canas und Mitchell (1981) zeigt Abb. 100. Der Pazifik weist dabei eine deutlich höhere Ab-

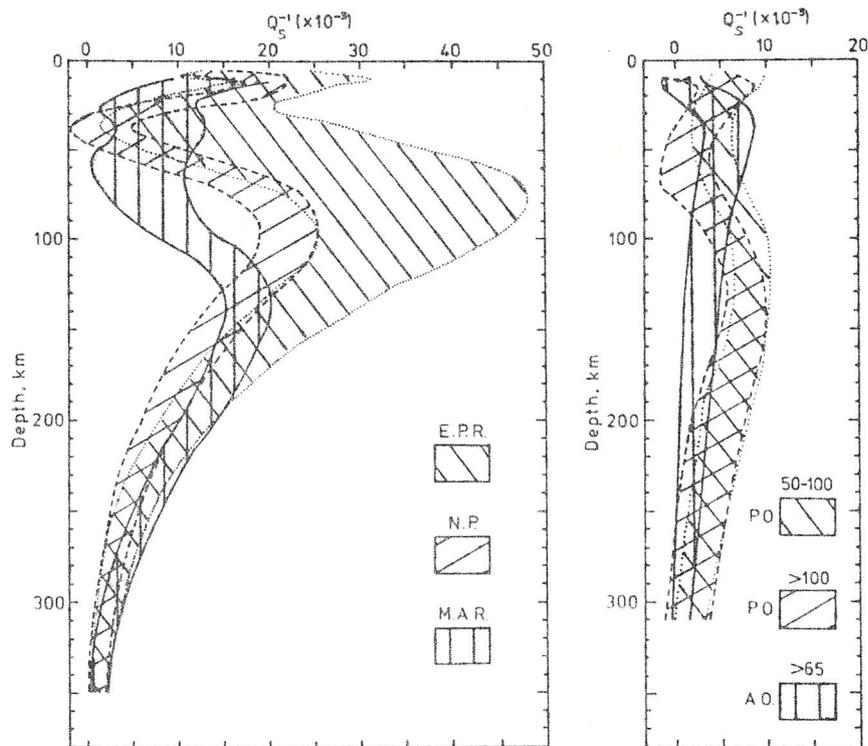


Abb. 100: Zusammenstellung von ozeanischen Q_s^{-1} -Profilen. E.P.R.: Ost-Pazifischer Rücken, N.P.: Nasca Platte, M.A.R.: Mittelatlantischer Rücken, P.O., A.O. 65: Pazifik, Atlantik, 65 Ma alt. (Aus: Canas und Mitchell, 1981)

sorption in der Asthenosphäre auf. Außerdem ist Q_s^{-1} unter den Rücken deutlich größer als unter älteren Gebieten. Das minimale Q_s liegt für den pazifischen Rücken um 30, in den übrigen Gebieten wird der Wert 50 nicht unterschritten.

Mit welchen Relaxationsstärken ist nun aufgrund der beobachteten Absorption in der Asthenosphäre zu rechnen? Es sei als mittlerer in situ-Wert ein minimales Q_s von 80 angenommen. Wäre dieses Q_s^{-1}

durch einen einzigen Debye-peak hervorgerufen, dann würde die maximale halbe Relaxationsstärke $\Delta_{\mu}/2 = 1/80 = 0.0125$ betragen. Wie in Kap. 3.1.2. gezeigt wurde, sind bei einem breiten Absorptionsband jedoch größere Relaxationsstärken bei gleichem Q_{\max}^{-1} möglich. Ein schwach frequenzabhängiges Absorptionsband ($Q \sim \omega^{\gamma}$) liefert nach Glg. (3.1.33) eine halbe Relaxationsstärke von $\Delta/2 \approx 1/(\pi \gamma Q_{\min})$ und würde bei einem Exponenten γ zwischen 0.15 und 0.5 (Berckheimer et al., 1982a; Ulug, 1983; Anderson und Given, 1982) zwischen etwa 0.03 und 0.01 liegen. Für ein frequenzunabhängiges Absorptionsband über 2.5 bis 5 Dekaden (Lundquist und Cormier, 1980; Anderson und Given, 1982) würde $\Delta/2$ nach (3.1.30) zwischen 0.021 und 0.046 liegen. Für die Asthenosphäre dürfte also die Obergrenze für $\Delta/2$ nicht oberhalb von 0.02 bis 0.05 liegen.

Wenn man nun erstens annimmt, daß, wie in Kap. 3.2.2. diskutiert wurde, die durch Flüssigkeitsströmung hervorgerufenen Relaxationszeiten im seismischen Frequenzbereich liegen und zweitens davon ausgeht, daß die für die Asthenosphäre gefundenen maximalen halben Relaxationsstärken hauptsächlich durch Festkörpermechanismen hervorgerufen sind, sollte eine Interpretation des v_s -Abfalls durch Schmelze keine Relaxationsstärken $\Delta/2$ oberhalb 0.02 bis 0.05 liefern.

Bei der Interpretation der Geschwindigkeitserniedrigungen ist zu berücksichtigen, daß die v_s -Tiefenprofile aus Rayleigh- und Lovewellenbeobachtungen stammen und somit für einen Frequenzbereich von etwa $0.01 \text{ Hz} < f < 0.05 \text{ Hz}$ gelten. Um v_s -Abfälle, die durch Schmelze hervorgerufen werden, von solchen, aus Festkörperrelaxation resultierenden zu unterscheiden, ist es sinnvoll, die unrelaxierten oder hochfrequenten Geschwindigkeiten zu betrachten:

Absorption ist durch die Kramers-Krönig-Relation immer mit Dispersion verbunden, eine mögliche Festkörperabsorption wird also zu einer Geschwindigkeitsabnahme führen. Unabhängig vom Absorptionsmechanismus soll jetzt abgeschätzt werden, ob die beobachtete Absorption zur Geschwindigkeitserniedrigung ausreicht. Nimmt man das von Anderson und Given (1982) vorgeschlagene Absorptionsband für eine Tiefe um 100 km mit den Eckfrequenzen $\omega_1 = 1.1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ und $\omega_2 = 1.1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, dem minimalen $Q_s(\omega_1) = 80$ und der Abhängigkeit $Q \sim \omega^{0.15}$ im Absorptionsband an, so würde aus einem bei 0.01 Hz bestimmten v_s mit Hilfe von Glg. (6.3) ein hochfrequentes, unrela-

xiertes v_{su} folgen, das um 1.8% über dem $v_s(0.01\text{Hz})$ liegt. Wäre das Absorptionsband zu hohen Frequenzen hin nicht begrenzt, so würde die Differenz 2.1% betragen. Durch den Anstieg von $Q \sim \omega^{0.15}$ würde bei hohen Frequenzen keine Dispersion mehr auftreten. Nimmt man das von Lundquist und Cormier (1980) vorgeschlagene Absorptionsband für die Asthenosphäre mit den Eckfrequenzen $\omega_1=1\text{s}^{-1}$, $\omega_2=200\text{s}^{-1}$ und dem konstanten $Q_p=120$ für diesen Frequenzbereich, was einem Q_s zwischen 53 und 64 entspricht, an, so folgt mit (3.1.30), daß v_{su} um 3.1% höher als v_{sr} (relaxiert) liegt. Die aus Oberflächenwellen abgeleiteten v_s -Geschwindigkeiten in der Asthenosphäre sind also um etwa 2% bis 3% zu erhöhen, um auf die zugehörigen unrelaxierten Geschwindigkeiten zu schließen. Dies dürfte eine obere Grenze sein, da die unrelaxierten Lithosphäregeschwindigkeiten ebenfalls oberhalb der gemessenen tieffrequenten liegen dürften.

Aus diesen Überlegungen heraus wird nun vorgeschlagen (unter Hinzunahme des oben beschriebenen Temperatureffektes), um 4% bis 5% verminderte v_s -Abfälle als Geschwindigkeitserniedrigung der unrelaxierten Scherwellengeschwindigkeit zu betrachten. Für diese resultierenden Δv_s zwischen 2% und 11% mit typischen Werten um 6% kann nun partielle Schmelze als verantwortliche Ursache in Betracht gezogen werden.

Als weitere in situ-Daten für die Asthenosphäre bieten sich schließlich Leitfähigkeitsbestimmungen aus magnetotellurischen Sondierungen an. Haak (1980) gibt eine Zusammenstellung solcher Daten aus unterschiedlichen Regionen. Er findet keine signifikanten Hinweise auf eine global anomal gut leitende Asthenosphäre. Neuere Untersuchungen im Pazifik (Filloux, 1980, 1981; Law und Greenhouse, 1981) zeigen jedoch deutliche Tendenzen zu höheren Leitfähigkeiten im ozeanischen Asthenosphärenbereich. Diese Untersuchungen sind von Oldenburg (1981) reinterpretiert und auf ihre durch Inversionsmethoden bedingte Mehrdeutigkeit untersucht worden. Als gemeinsame signifikante Eigenschaft resultiert bei allen akzeptablen Inversionslösungen ein ausgeprägtes Leitfähigkeitsmaximum im Asthenosphärenbereich (Abb. 101, dargestellt ist der spezifische Widerstand). Für JDF ist der Ozeanboden jünger als 1Ma, für CAL ist er etwa 30Ma, für NCP etwa 72Ma alt. Deutlich erkennbar ist die mit dem Alter zunehmende Tiefe der gut leitenden Schicht. Als Leitfähigkeitsuntergrenze für diese

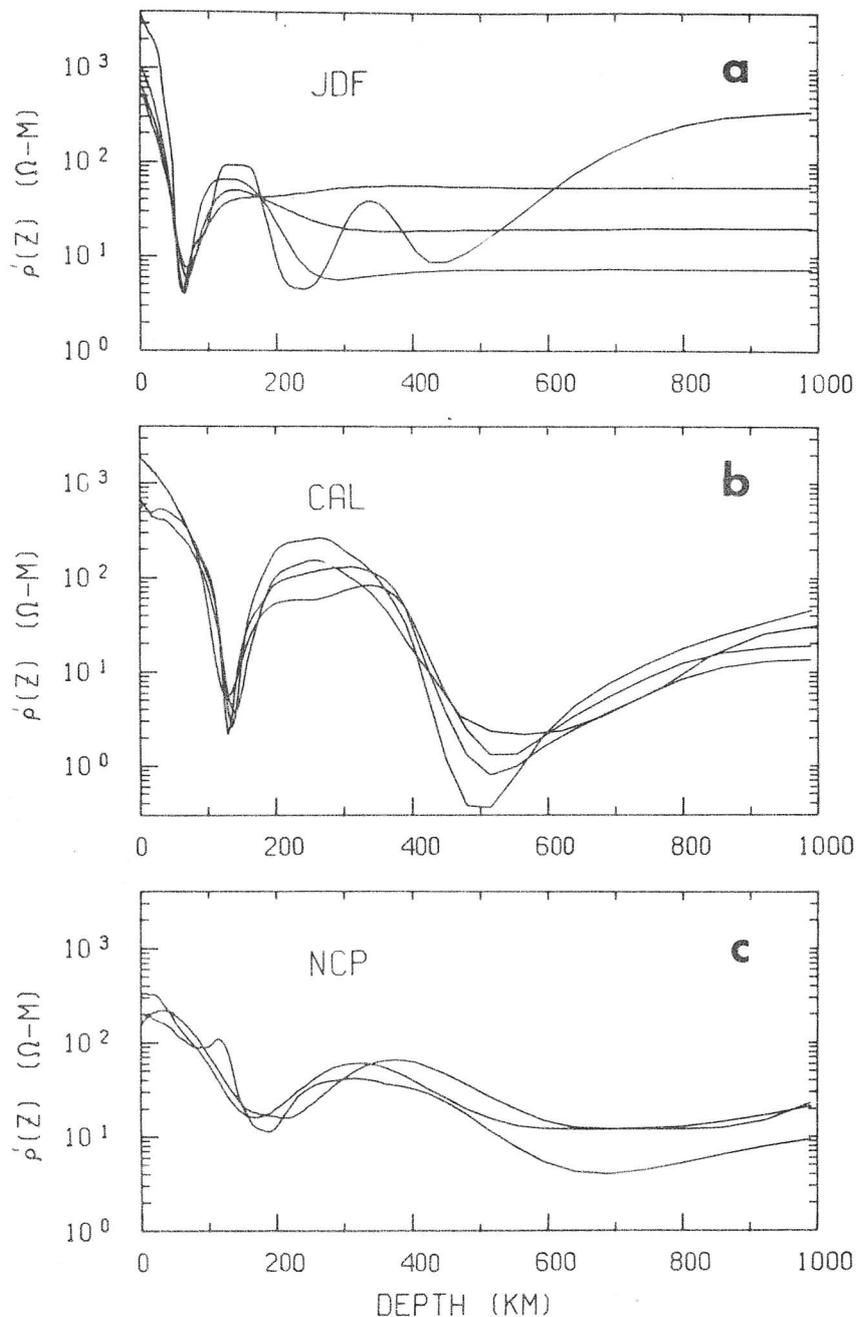


Abb. 101: Spezifischer Widerstand für verschiedene Regionen im Pazifik. JDF: Juan da Fuca Rücken (Daten von Law und Greenhouse, 1981), CAL: 700 km westlich von San Francisco (Daten von Filloux, 1980), NCP: Nördlicher Zentralpazifik, 800 km NNO von Hawaii (Daten von Filloux, 1977). (Aus: Oldenburg, 1981).

Schicht gibt Oldenburg an: JDF: $\sigma = 0.09$ S/m (60-75 km), CAL: $\sigma = 0.083$ S/m (130-145 km), NCP: $\sigma = 0.043$ S/m. Von Oldenburg nicht berücksichtigt sind neuere Messungen von Filloux (1981) direkt am ostpazifischen Rücken (0.8 Ma bzw. 2.7 Ma), aus denen im Tiefenbereich 22.5 km bis 35 km maximale Leitfähigkeiten von 0.06 S/m bzw. 0.04 S/m resultieren. Zusammenfassend sollten also Schmelzmodelle für die ozeanische Asthenosphäre Leitfähigkeiten zwischen ≈ 0.04 S/m und 0.1 S/m erklären können.

7.1.2. Interpretation der Asthenosphären Daten durch Schmelzmodelle

Aus obiger Zusammenstellung von Beobachtungen ergibt sich für die ozeanische Asthenosphäre in Tiefenbereichen zwischen 60 km und 250 km folgender Satz von Daten, der durch geeignete Schmelzmodelle erklärt werden sollte:

	ζ_{eff}	$\Delta\mu_u/\mu_o$	$\Delta'_\mu/2$
Minimum :	0.04 S/m	4%	-
Maximum :	-	20%	0.02-0.05
Typisch :	0.1 S/m	12%	-

Tab. 3: Zusammenstellung von Daten der Leitfähigkeit, des relativen Schermodulabfalls und der halben Relaxationsstärke einer ozeanischen Asthenosphäre, die durch Schmelzmodelle erklärt werden sollen.

Es werden nun die in Kap. 3. und 4. aufgestellten Schmelzmodelle auf diese Daten angewendet, wobei jeweils parallel die Relaxationsstärken, die Modulabfälle und die elektrischen Leitfähigkeiten betrachtet werden. Vorher seien noch einmal die diesen Modellen gemeinsam zugrunde liegenden Annahmen zusammengestellt: $\mu_o = 0.4 \text{ Mb}$, $K_o = 0.66 \text{ Mb}$ (man könnte die Modelle ebenso auf μ_o und K_o normieren), $K_f = 0.2 \text{ Mb}$, $\mu_f = 0$; die halbe Relaxationsstärke war definiert durch $\Delta'_\mu/2 = (\mu_u - \mu_r) / (2 \sqrt{\mu_u \mu_r})$; ζ_o : RSP x 10 (RSP = "red sea peridotite"), ζ_f : Hawaii-Tholeiit-Schmelze bei 17 kb, Schmelzkurve: Pyrolit, 30 kb, 0.1% H₂O (Ringwood, 1975).

Um als erstes das Filmmodell mit vollständigem Verbundenheitsgrad anzuwenden, wurden in Abb. 102 das $\Delta'_\mu/2 - \mu_u$ -Diagramm aus Abb. 36 und das $T - \beta$ -Diagramm aus Abb. 72 zusammen dargestellt und mit den Asthenosphären Daten aus Tab. 3 ergänzt. Abb. 102 links zeigt also als Maß für die Absorption durch Schmelze die vom Modulabfall abhängige halbe Relaxationsstärke $\Delta'_\mu/2$. Die waagerechten gestrichelten Linien begrenzen den für die Asthenosphäre abgeschätzten Bereich der halben Relaxationsstärken und stellen somit für die Schmelzmodelle eine obere Schranke dar (vgl. Kap. 7.1.1.). Die beiden dünnen senkrechten gestrichelten Linien begrenzen die für die Asthenosphäre möglichen Abfälle des unrelaxierten Schermoduls, die fette gestrichelte Linie repräsentiert den typischen Wert des Modulabfalls von 12%. Aus Abb. 102 links geht nun hervor, daß das Filmmodell für den betrachteten Modulabfall Relaxationsstärken her-

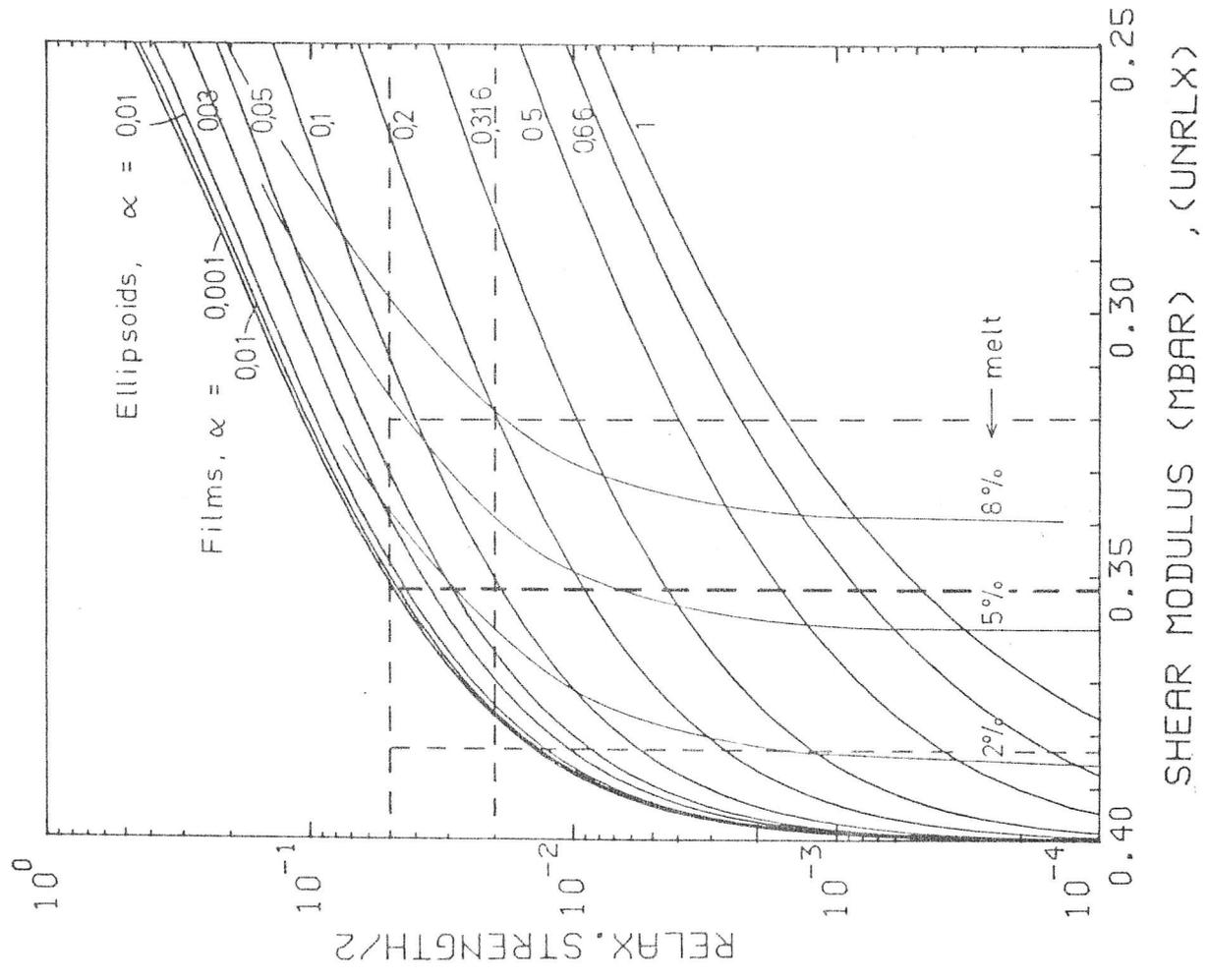
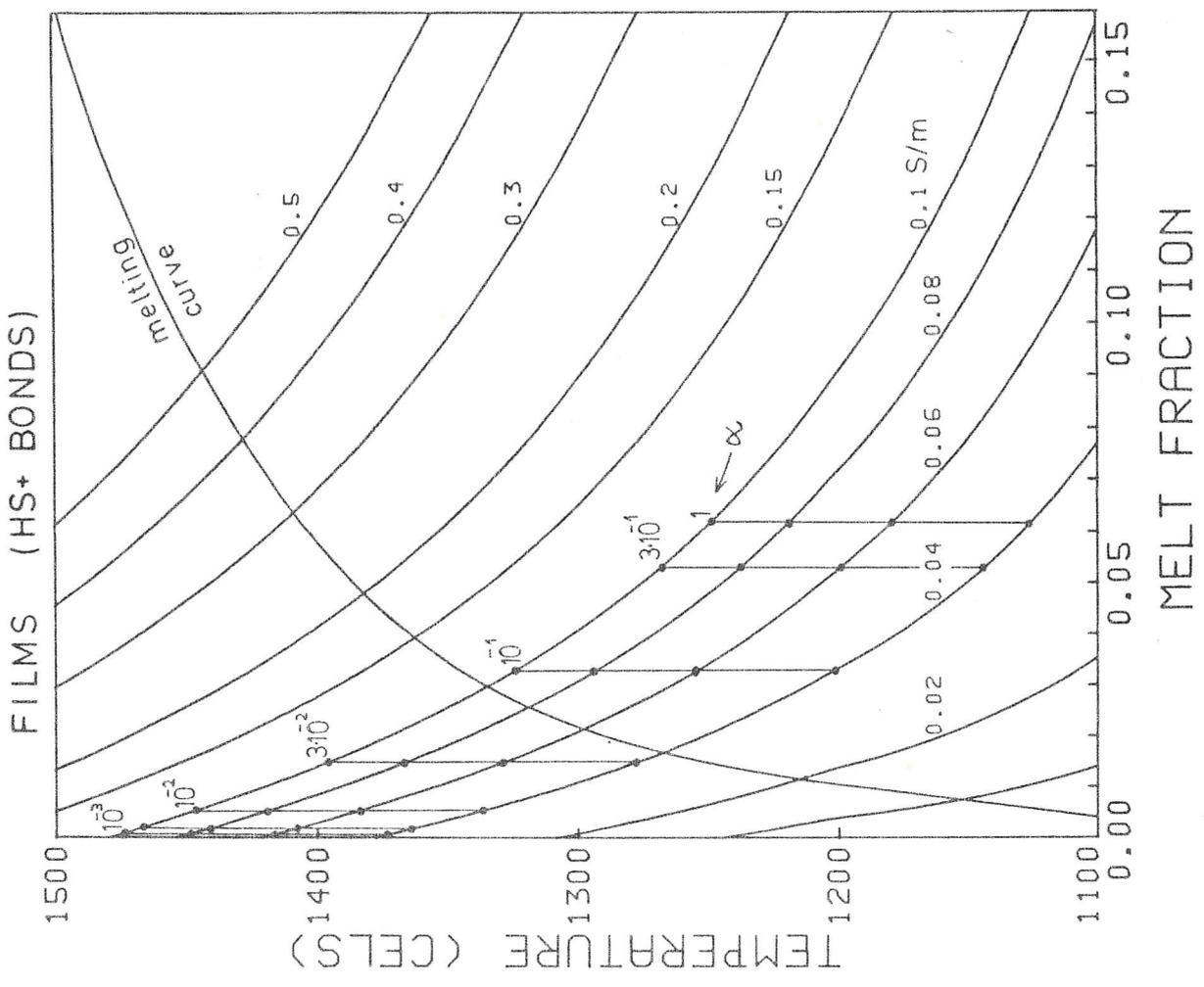


Abb. 102: Anwendung des Film- und Ellipsoidmodells für vollständig zusammenhängende Inklusionen auf den Asthenosphären Datensatz. Links: Relaxationsstärke in Abhängigkeit vom herabgesetzten Schermodul wie in Abb. 36. Zusätzliche gestrichelte Geraden: Asthenosphären Daten aus Tab. 3. Rechts: Leitfähigkeitsskurven und Schmelzkurve wie in Abb. 72. Senkrechte Geraden markieren die Schmelzkonzentrationen für den 12%-igen unrelaxierten Schermodulabfall.

vorrufft, die in der Größenordnung der oberen Schranke liegen oder diese übertreffen. Die den 12%-igen Modulabfall hervorrufenden Schmelzkonzentrationen lassen sich für Filme durch $\beta \approx 0.6\alpha$ annähern, die zugehörigen Relaxationsstärken würden also durch sehr geringe Schmelzanteile hervorgerufen. Erst ein wachsendes Querverhältnis (≥ 0.1) ruft Relaxationsstärken unterhalb der angegebenen oberen Schranke hervor und erhöht den benötigten Schmelzanteil auf einige Prozent.

In Abb. 102 rechts sind die für Filme geltenden HS+-Kurven gleicher Leitfähigkeit zusammen mit der Schmelzkurve für Pyrolit von Ringwood (1975) eingetragen. Der für die Asthenosphäre typische Modulabfall von 12% wurde in Abb. 102 rechts mit einbezogen, indem für unterschiedliche Querverhältnisse die zugehörigen Schmelzkonzentrationen durch senkrechte Linien gekennzeichnet wurden. Konstruiert man entsprechende Linien auch für die anderen Modulabfälle, so kann man also für die hier betrachteten $\sigma_{\text{eff}} - \Delta\mu_u/\mu_o$ -Kombinationen jeweils feststellen, ob und bei welchen Querverhältnissen die Schmelzkurve geschnitten wird. Tabelle 4 gibt diese α -Werte an:

		4%	12%	20%	Modulabfall
0.1	S/m	-	0.1	0.05	
0.04	S/m	> 0.3	0.03	> 0.01	

Tab. 4: Querverhältnisse bei den Schnittpunkten der $\sigma_{\text{eff}} - \Delta\mu_u/\mu_o$ -Kurven mit der Schmelzkurve.

Die aus den jeweiligen Datenkombinationen resultierenden Temperaturen und Schmelzkonzentrationen sind in dieser und den folgenden Tabellen nicht angegeben, da sie sich leicht aus den Schnittpunkten der σ_{eff} -Kurven mit der Schmelzkurve ablesen lassen.

Schmelzfilme mit kleinem Querverhältnis (≤ 0.01) sind also mit den hier gemachten Annahmen nicht verträglich, da sie erstens zu große Relaxationsstärken hervorrufen und zweitens zur Erklärung der Modulabfälle und Leitfähigkeiten unterschiedlich viel Schmelze benötigen.

In den obigen Modellen wurde die Schmelze als vollständig zusammenhängend angenommen. Um nun Film- und Ellipsoidmodelle mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad anzuwenden, wurde in Abb. 103 links

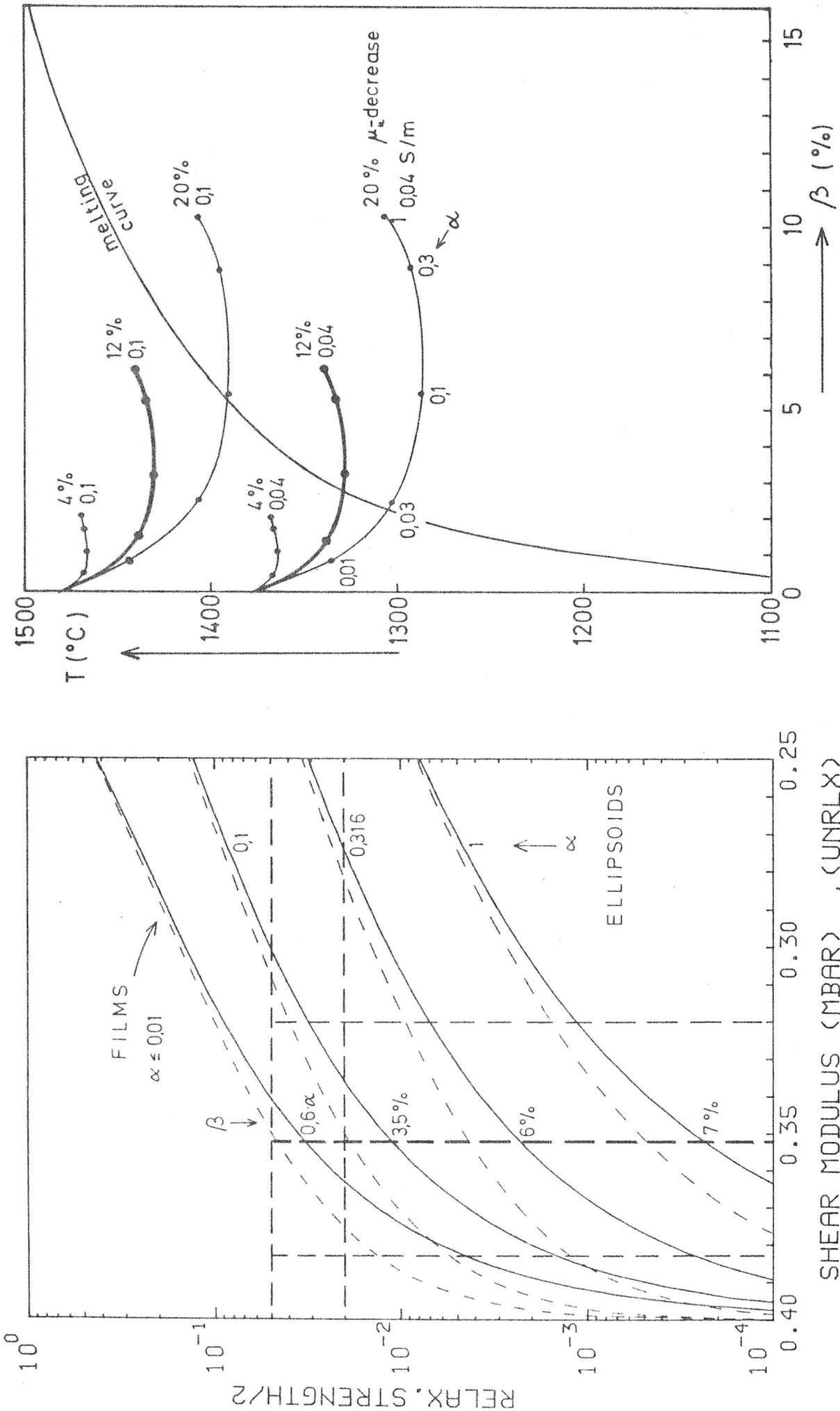


Abb. 103: Anwendung des Film- und Ellipsoidmodells mit teilweise herabgesetztem Verbundenheitsgrad auf die Asthenosphärenendaten. Links: Die gestrichelten Geraden stellen die Asthenosphärenendaten dar, die durchgezogenen bzw. gestrichelten Kurven gelten für einen herabgesetzten bzw. vollständigen Verbundenheitsgrad (wie in Abb. 51). Rechts: Isolinien für die angegebenen Wertepaare aus Schermodulabfall- und Leitfähigkeitsdaten aus Tab. 3, konstruiert mit Hilfe des Diagrammsatzes in den Abbildungen 74 bis 77.

das entsprechende $\Delta'_\mu/2-\mu_u$ -Diagramm (aus Abb. 51) zusammen mit den Asthenosphärendaten dargestellt. Der Verbundenheitsgrad ist beim eingezeichneten 12%-igen Modulabfall offensichtlich noch nicht vollständig, so daß die Relaxationsstärken (durchgezogene Kurven) im Vergleich zu den 100%-ig verbundenen (gestrichelten Kurven) niedriger ausfallen. Jedoch reicht diese Herabsetzung für Filme nicht aus, die Relaxationsstärke deutlich unter die eingezeichneten Schranken zu bringen. Es ist interessant, daß man, falls man den Schermodulabfall in der Asthenosphäre durch Schmelzfilme erklären will, offenbar mit einem aus statistisch geometrischen Gründen herabgesetzten Verbundenheitsgrad rechnen muß. Er erreicht bei 12% Modulabfall gemäß seiner Definition in Kap. 3. etwa 70% (oder $\bar{n} \approx 1$).

Für Querverhältnisse ≥ 0.1 liegen die Relaxationsstärken in diesem Modell deutlich unter den angegebenen Schranken.

Um nun noch die Leitfähigkeit zu berücksichtigen, wurden im Diagramm rechts (Abb. 103) Linien gleicher $\sigma_{\text{eff}}, \Delta\mu_u/\mu_o$ -Datenpaare eingezeichnet. Dieser Abbildung liegt der gesamte Satz von Abb. 74-77 zugrunde, die Kurven in Abb. 103 zeigen die Schnittpunktwanderungskurven der σ_{eff} -Kurven mit den $\Delta\mu_u/\mu_o$ -Linien mit zunehmendem Querverhältnis (vgl. hierzu die entsprechende Kurve in Abb. 77). Für die Kurven mit 4%-igem Modulabfall gibt es offensichtlich keine Schnittpunkte mit der Schmelzkurve, unter den hier gemachten Annahmen können solch geringe Modulabfälle bei gleichzeitigen Leitfähigkeiten ≥ 0.04 S/m offenbar nicht durch dieses Modell erklärt werden. Für Modulabfälle $\geq 12\%$ lassen sich dagegen Schnittpunkte mit der Schmelzkurve feststellen, aus denen Querverhältnisse zwischen 0.1 und 1 folgen.

Tabelle 5 zeigt die Zusammenstellung der aus Abb. 103 rechts folgenden erfolgreichen $\sigma_{\text{eff}}-\Delta\mu_u/\mu_o$ -Kombinationen mit den zugehörigen Querverhältnissen:

	4%	12%	20%	Modulabfall
0.1 S/m	-	-	0.1	
0.04 S/m	-	0.1	0.03	

Tab. 5: Wie Tab. 4, nur mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad

Insgesamt ist es also auch bei diesem Modell nicht möglich, alle Asthenosphärendaten durch Schmelzfilme mit kleinem Querverhält-

nis ($\alpha \leq 0.01$) zu erklären. Hingegen ist das Ellipsoidmodell mit α -Werten zwischen 0.1 und 1 mit den Daten verträglich, sofern nicht zu hohe Leitfähigkeiten mit mittleren Modulabfällen kombiniert werden müssen. Dies ist aus der Kurve für 12%-igen Modulabfall und 0.1 S/m Leitfähigkeit ersichtlich, die sich nicht mehr mit der Schmelzkurve schneidet. Treten solche $\mu_u - \sigma_{eff}$ -Kombinationen auf, so sind offenbar Modelle mit einem höheren Verbundenheitsgrad zu wählen.

Im nächsten Ansatz wurde das Kanalmodell zur Interpretation der Asthenosphärendaten herangezogen. Abb. 37 und 78 wurden dafür zusammen mit den Asthenosphärendaten in Abb. 104 zusammengefaßt. Im linken Diagramm erkennt man, daß die Relaxationsstärken für den gesamten Bereich des Modulabfalls unterhalb der eingezeichneten Schranken liegen. In der rechten Abbildung wurden die Modulabfälle aus Tab. 3 mit einbezogen, indem jeweils für unterschiedliche Kanalquerschnitte ($\epsilon = 0, 1, \infty$) die zugehörigen Schmelzkonzentrationen durch senkrechte Linien gekennzeichnet wurden. Die Schnittpunkte der 12%-Linien (fette Geraden) mit den für die Asthenosphäre gültigen Leitfähigkeitskurven stimmen sehr gut mit den Schnittpunkten zwischen den Leitfähigkeitskurven und der Schmelzkurve überein. Das Kanalmodell läßt sich also erfolgreich unter den hier gemachten Annahmen auf die Asthenosphärendaten anwenden. Auch diese Ergebnisse seien in einer Tabelle zusammengefaßt, in der für die einzelnen erfolgreichen Kombinationen grob der entsprechende Kanalquerschnittsparameter ϵ (vgl. Abb. 14) eingetragen ist:

		4%	12%	20%	Modulabfall
0.1	S/m	-	∞	0	
0.04	S/m	∞	0	-	

Tab. 6: Erfolgreiche Datenkombinationen für Kanäle mit zugehörigem ϵ .

Als nächstes wird, zunächst für das Film-, dann für das Kanalmodell, der Fall breiter Verteilungen der Relaxationszeiten betrachtet. Die obigen Annahmen über die angegebenen Relaxationsstärken als obere Grenzen gingen davon aus, daß das durch Schmelze hervorgerufene Absorptionsband grob im Frequenzbereich seismischer Wellen und Eigenschwingungen der Erde liegt und somit durch die beobach-

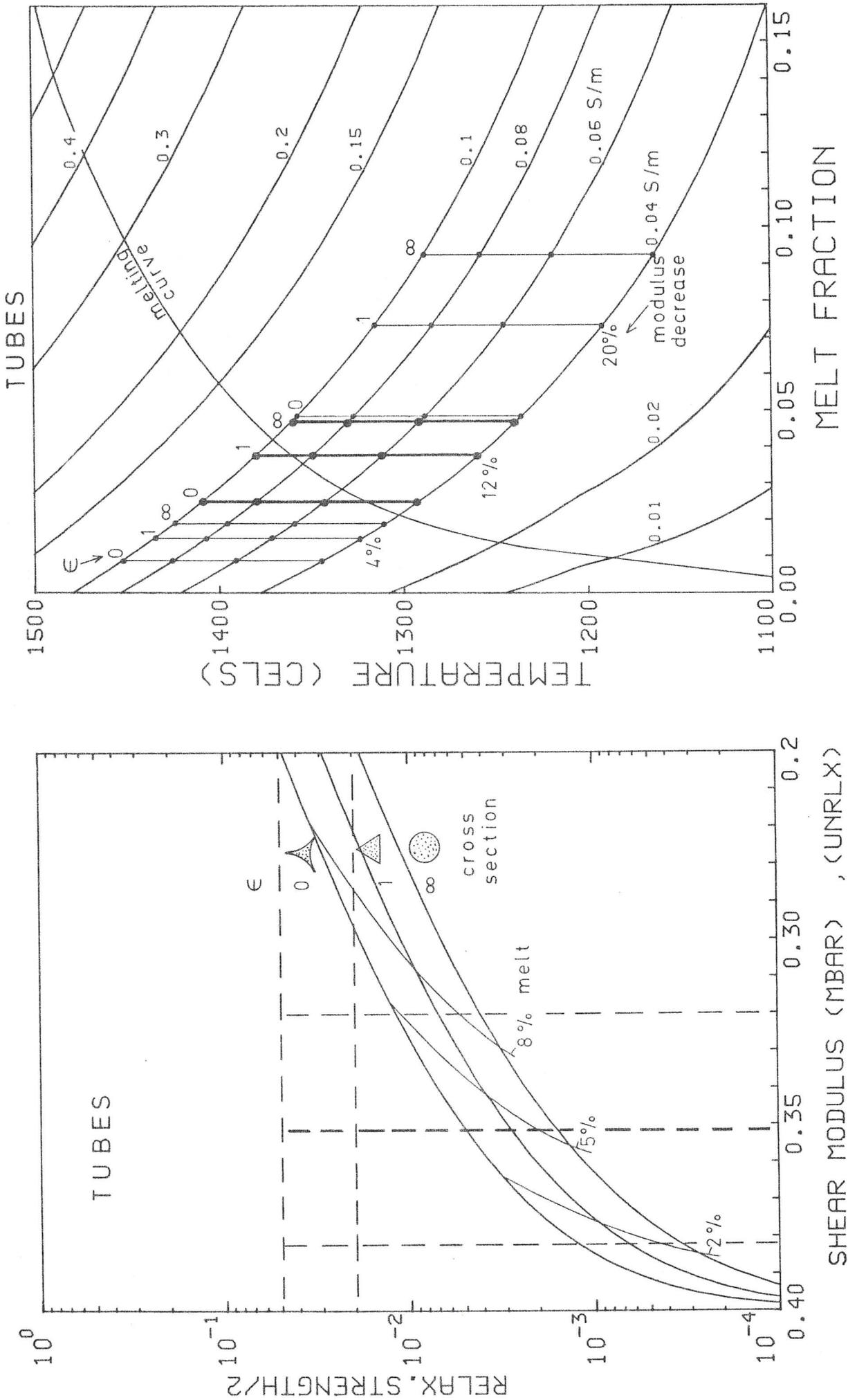


Abb. 104: Anwendung des Kanalmodells auf die Asthenosphärenmoduli. Links: Vergleich der Relaxationsstärken mit den Asthenosphärenmoduli. Rechts: σ_{eff} -Kurven für Kanäle (aus Abb. 78). Senkrechte Linien geben für die einzelnen Kanalquerschnittsparameter ϵ und Schermodulabfälle die zugehörigen Schmelzkonzentrationen an.

tete Absorption abgeschätzt werden kann. Falls nun das Schmelz-Absorptionsband breiter als 5 Dekaden ist (5 Dekaden wurden bei der Abschätzung von $\Delta'/2$ in Tab.3 benutzt, vgl. Kap. 7.1.1.), dann könnten auch Schmelz-Relaxationsstärken ≥ 0.05 zu einem Q^{-1} führen, daß kleiner oder gleich dem beobachteten Q^{-1} ist (vgl. Kap. 3.1.2. über den Zusammenhang zwischen der Relaxationsstärke und Q^{-1} bei verteiltem τ). In diesem Fall ist es sinnvoll, als obere Schranke für die Asthenosphäre nicht die abgeschätzte Relaxationsstärke, sondern direkt das maximale Q_s^{-1} von 0.01 - 0.02 zu nehmen und mit Q^{-1} -Werten aus Schmelzmodellen unter Annahme bestimmter Frequenzbandbreiten zu vergleichen. Nach (3.1.30) lautet der Zusammenhang zwischen Q^{-1} in einem Frequenzband mit einer Breite von n Dekaden und der Relaxationsstärke Δ (für eine uniforme Verteilung von τ bzgl. $\log \tau$)

$$Q^{-1} \cong \Delta/2 \frac{\pi \lg e}{n}$$

Damit für das Filmmodell (Abb. 102 links) das zur $\Delta'/2$ -Kurve gehörende Q^{-1} kleiner oder gleich dem Asthenosphären- Q^{-1} von 0.01 bis 0.02 wird, ist für einen 12%-igen Modulabfall eine mindestens 3.4 - 6.8 Dekaden breite Verteilung der Relaxationsfrequenzen, oder nach Glg. (3.2.28) eine mindestens 2 Dekaden breite Verteilung der Querverhältnisse nötig. Ist die Verteilung 3 Dekaden breit, dann würde das Schmelzfilm- Q^{-1} im gesamten Bereich der beobachteten Modulabfälle (Tab. 3) kleiner als 0.02 sein. Liegt also bei Schmelzfällen eine mindestens 2 - 3 Dekaden breite Verteilung von Querverhältnissen vor, so resultieren für die beobachteten Modulabfälle Q^{-1} -Werte, die mit den Asthenosphärenwerten verträglich sind.

Es bleibt noch die Auswirkung einer solchen α -Verteilung auf die Leitfähigkeit zu diskutieren. In Abb. 105 sind die 0.04 S/m- und die 0.1 S/m-Kurven für verschieden breite α -Verteilungen eingetragen. Es wurde hier ein vollständiger Verbundenheitsgrad angenommen, die Berechnung für die uniformen α -Verteilungen bzgl. $\log \alpha$ erfolgte über Glg. (4.25) mit (4.31). Die mit "decades" bezeichneten Zahlen geben die Breite der Verteilungen in Dekaden an. Je breiter die α verteilt sind, desto schlechter leitet das Schmelznetzwerk den Strom und desto flacher verlaufen die G_{eff} -Kurven. Um den Modulabfall für Film- und Ellipsoidinklusionen mit einzubeziehen, wurden wieder für den 12%-igen Abfall die zugehörigen Schmelzanteile je nach Querverhältnis als senk-

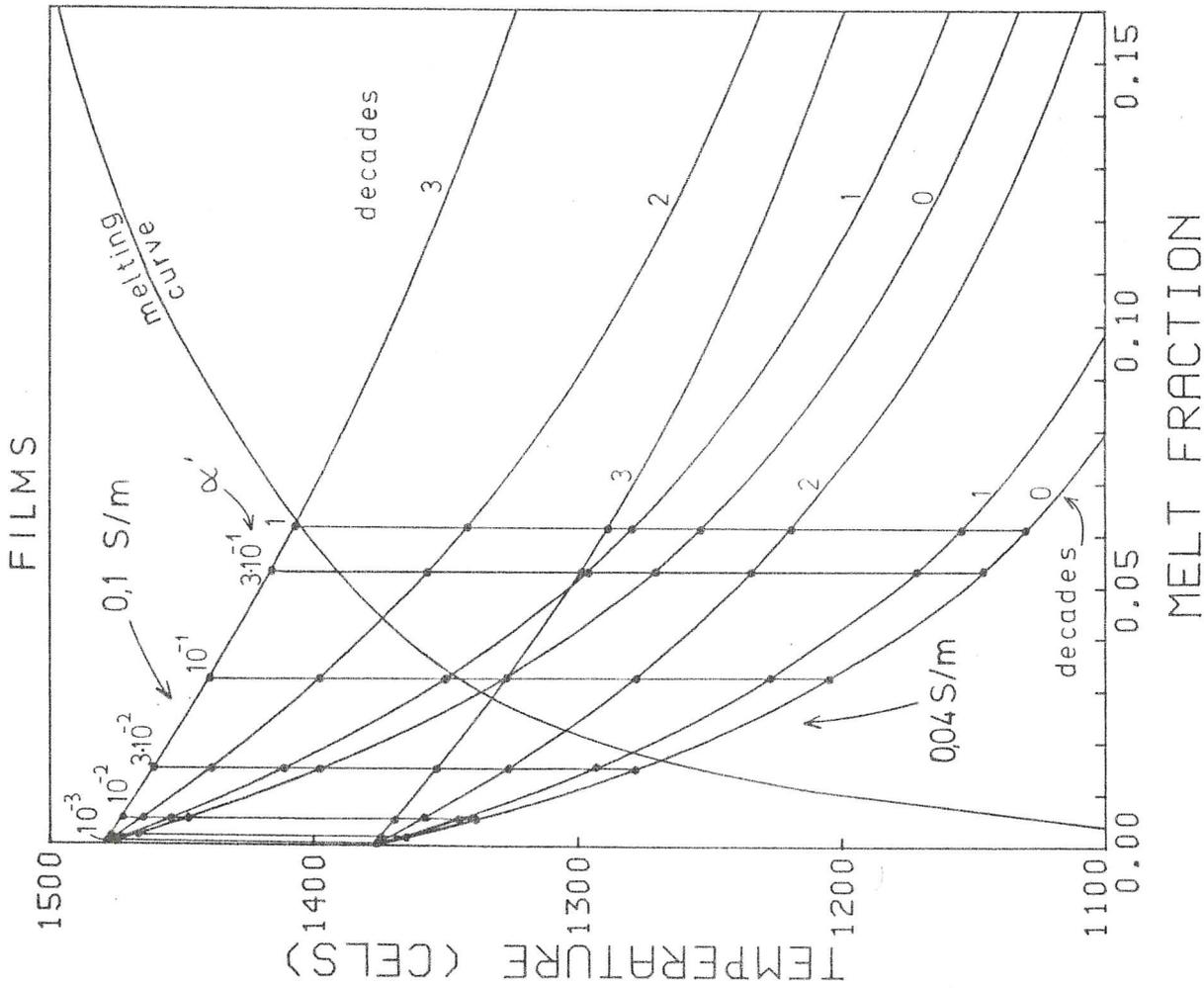


Abb. 105: ζ_{eff} -Kurven für 0.1 S/m und 0.04 S/m für Filme mit verteilten Querverhältnissen, α -Verteilung uniform bzgl. $\log \alpha$ über 0, 1, 2, 3 Dekaden. Senkrechte Linien geben für 12% Modulabfall die Schmelzkonzentrationen für die angegebenen Querschnittsparameter α' an.

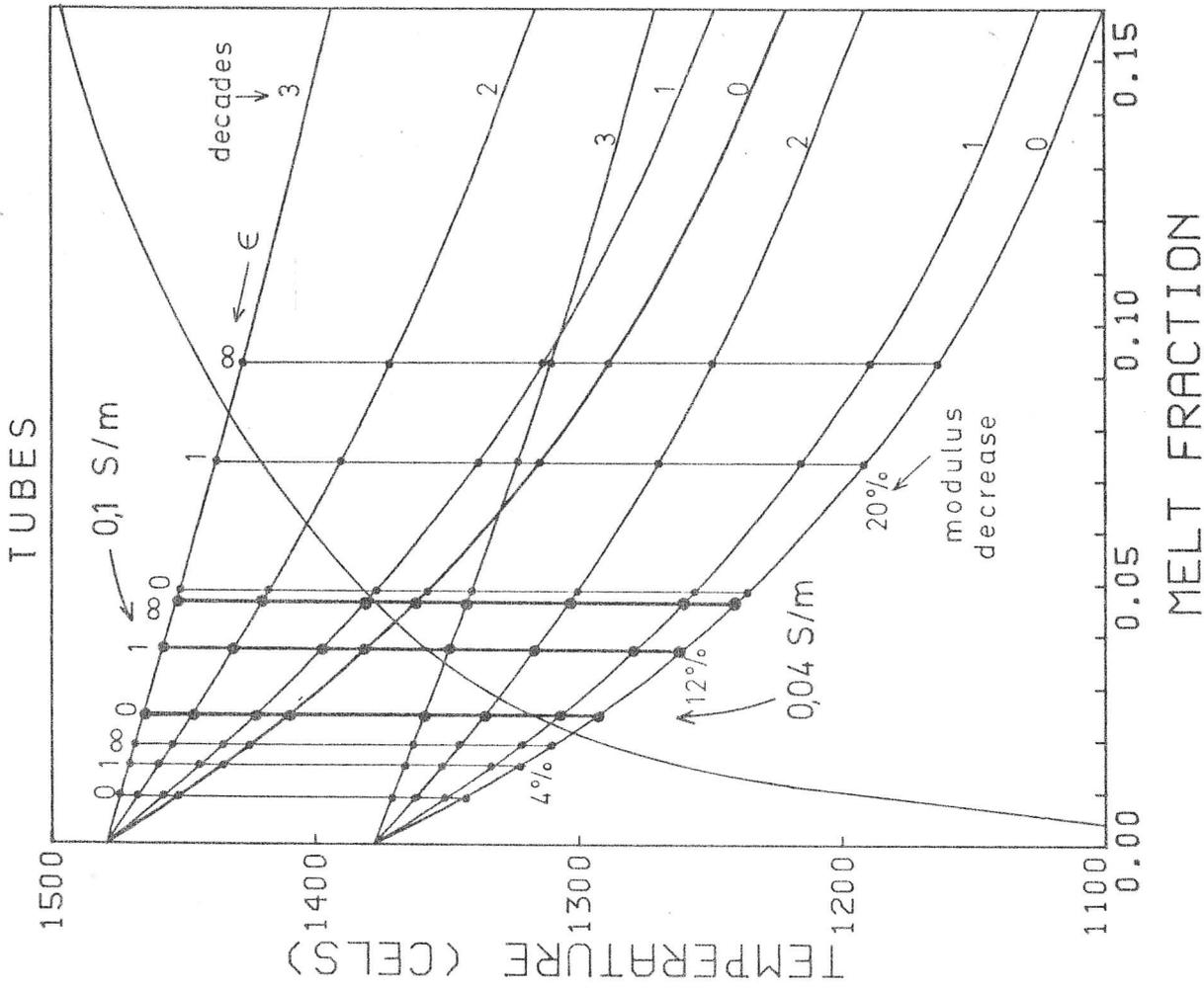


Abb. 106: ζ_{eff} -Kurven (0.1 und 0.04 S/m) für Kanäle mit verteilten Kanalquerverhältnissen über 0, 1, 2, 3 Dekaden. Senkrechte Linien geben für 4%, 12%, 20% Modulabfall die Schmelzkonzentrationen für die angegebenen Querschnittsparameter ϵ an.

rechte Linien eingezeichnet. Das α' steht hier als repräsentativ für die Verteilungen gemäß (3.2.21):

$$\alpha' = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\ln \alpha_2 / \alpha_1} \quad (3.2.21)$$

Die \bar{G}_{eff} -Kurven für die oben geforderten 2 oder 3 Dekaden breiten Verteilungen schneiden die Schmelzkurve für α' -Werte zwischen 0.03 und 1. Aus (3.2.21) folgen dann für die Obergrenzen der Verteilungen α_2 -Werte ≥ 0.2 , bei der obersten 3-Dekaden - 0.1 S/m-Kurve ergibt sich rein formal sogar ein $\alpha_2 > 1$. Für die hier resultierenden relativ großen α_2 -Werte ist zusätzlich zu bedenken, daß die zugehörigen Relaxationsstärken niedriger ausfallen im Vergleich zu dünnen Filmen. Reicht also bei film- oder ellipsoidförmigen Inklusionen eine α -Verteilung bis hin zu großen α_2 -Werten, dann fällt erstens das zugehörige Q^{-1} je nach Breite der Verteilung niedriger als $\Delta'/2$ aus und zweitens fällt $\Delta'/2$ selbst wegen der auftretenden Inklusionen mit großem α ab.

Nimmt man nun für den 4%-igen Modulabfall beliebige α -Verteilungen und für die übrigen 12%- und 20%-Abfälle eine mindestens 2 - 3 Dekaden breite Verteilung an, so lassen sich die zu den Datenkombinationen verträglichen α' wieder grob in einer Tabelle zusammenfassen:

		4%	12%	20%	Modulabfall
0.1	S/m	-	0.2 - 1	~ 0.1	
0.04	S/m	0.3 - 1	0.05 - 0.1	~ 0.03	

Tab. 7: Erfolgreiche Datenkombinationen für α -Verteilungen mit zugehörigen α' .

Insgesamt folgt nun also für das hier angesetzte Modell mit verteilten Querverhältnissen, daß es mit den Asthenosphärendaten verträglich ist, sofern die Verteilung bis zu relativ kompakten Schmelztaschen mit Schmelzkonzentrationen von mehreren Prozent reicht.

Zum Vergleich ist in Abb. 106 ein zu Abb. 105 entsprechendes Diagramm für das Kanalmodell mit entsprechenden Verteilungen der einzelnen Kanalleitfähigkeiten bzw. Kanalquerverhältnissen α_{Ka} bei gleichen Kanallängen dargestellt. Durch das Abflachen der Kurven bei zunehmender Breite der Verteilungen verschieben sich die

Schnittpunkte mit der Schmelzkurve zu größerem Schmelzanteil hin. Bei breiten Verteilungen von α_{Ka} bleibt das Kanalmodell verträglich mit den Asthenosphären Daten, wenn man die niedrigen Leitfähigkeiten (0.04 S/m) den mittleren Modulabfällen (12%) und die hohen σ_{eff} (0.1 S/m) den starken Abfällen zuordnet.

Für dieses Modell sei auch die Datenkombinationstabelle angegeben:

	4%	12%	20%	Modulabfall
0.1 S/m	-	(1-) ∞	0 - ∞	
0.04 S/m	(∞)	0 - 1	-	

Tab. 8: Datenkombinationen für verteilte Kanäle mit zugehörigem ϵ .

Sind die α_{Ka} über n Dekaden verteilt, so sind die Relaxationsfrequenzen nach (3.2.29) über 2 n Dekaden verteilt. Q^{-1} liegt dann im Absorptionsband für n = 1, 2, 3 um den Faktor 0.7, 0.35, bzw. 0.23 unterhalb von $\Delta'/2$ aus Abb. 104.

In den folgenden Fällen wird versucht, die Asthenosphären Daten durch Modelle für Überlagerungen verschiedener Inklusionsgeometrien zu erklären. In Abb. 107 links ist für die Superposition Filme + Kugeln das Diagramm aus Abb. 54 zusammen mit den Asthenosphären Daten dargestellt. Für die spezielle Wahl des Querverhältnisses für Filme von 0.01 folgt, daß der Anteil der Filme $\leq 5\%$ der gesamten Schmelze sein müßte, damit die Relaxationsstärke unterhalb der angegebenen Schranke bleibt. Bei kleinerem α reduziert sich der notwendige Anteil noch weiter. Rechts in Abb. 107 sind nun für 0.04 S/m und 0.1 S/m die σ_{eff} -Kurven (gestrichelt) für Filme und Kugeln (vgl. Abb. 79) dargestellt. Nimmt man die Modulabfälle 4%, 12% und 20% aus Tab. 3 hinzu, so lassen sich für die sechs möglichen $\sigma_{eff} - \Delta\mu_u/\mu_o$ -Kombinationen Isolinien einzeichnen, die mit zunehmendem Schmelzanteil in Kugeln von den Filmkurven zu den Kugelkurven verlaufen. Als Beispiel für solche Isolinien wurde schon in Abb. 80 eine Schnittpunktwanderungskurve gezeigt. Die Punkte längs dieser Isolinien markieren von links nach rechts die Verhältnisse β_F/β_{Ku} : 100/0, 75/25, 50/50, 25/75, 10/90, 0/100. Für Werte $10/90 \leq \beta_F/\beta_{Ku} < 0/100$ war die in Kap. 4.3. aufgestellte Gleichung nicht mehr zuverlässig, der Verlauf der Kurven wurde daher zu den Werten aus dem Kugelmodell (Abb. 77) hin extrapoliert. Als Film-Querver-

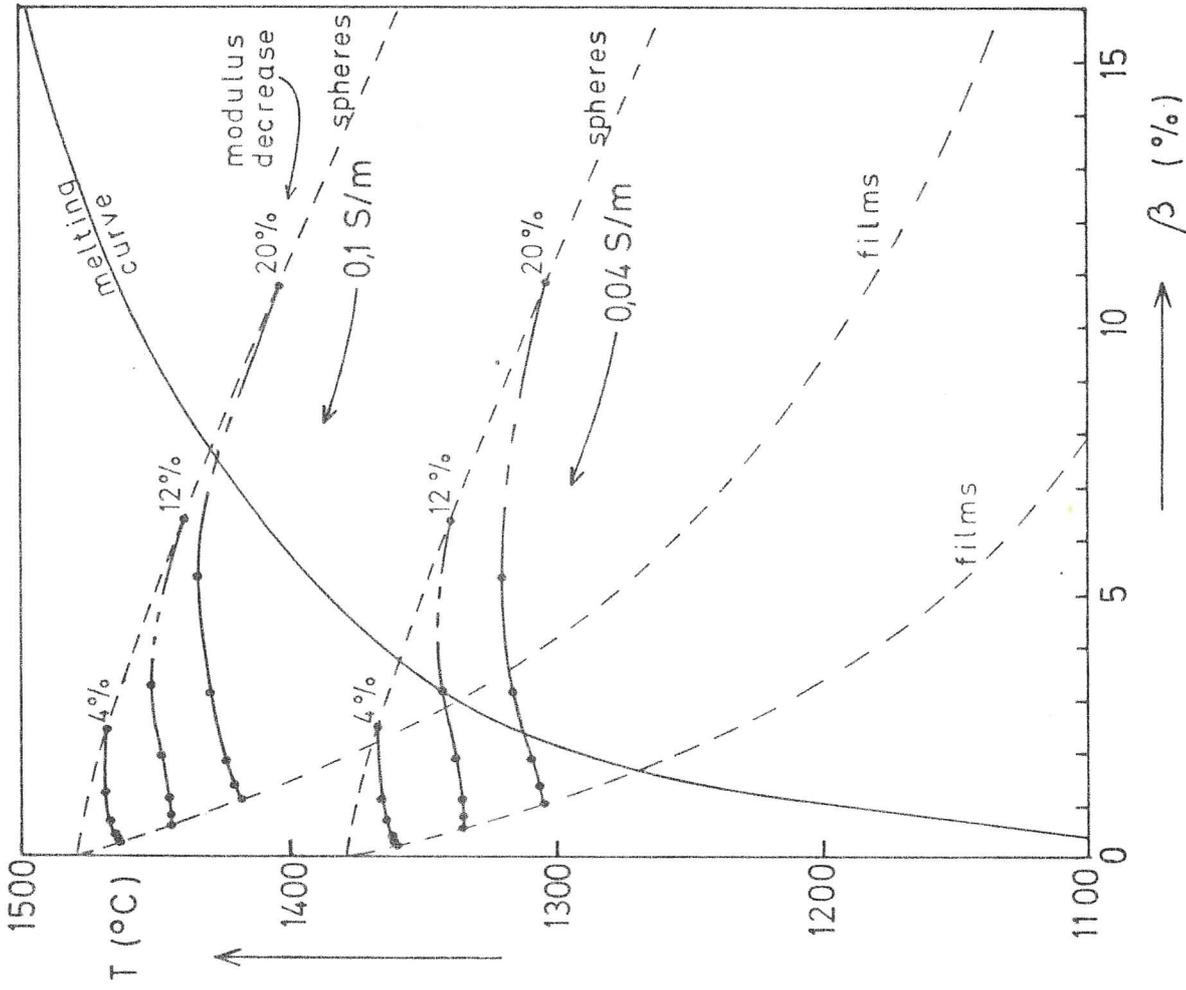
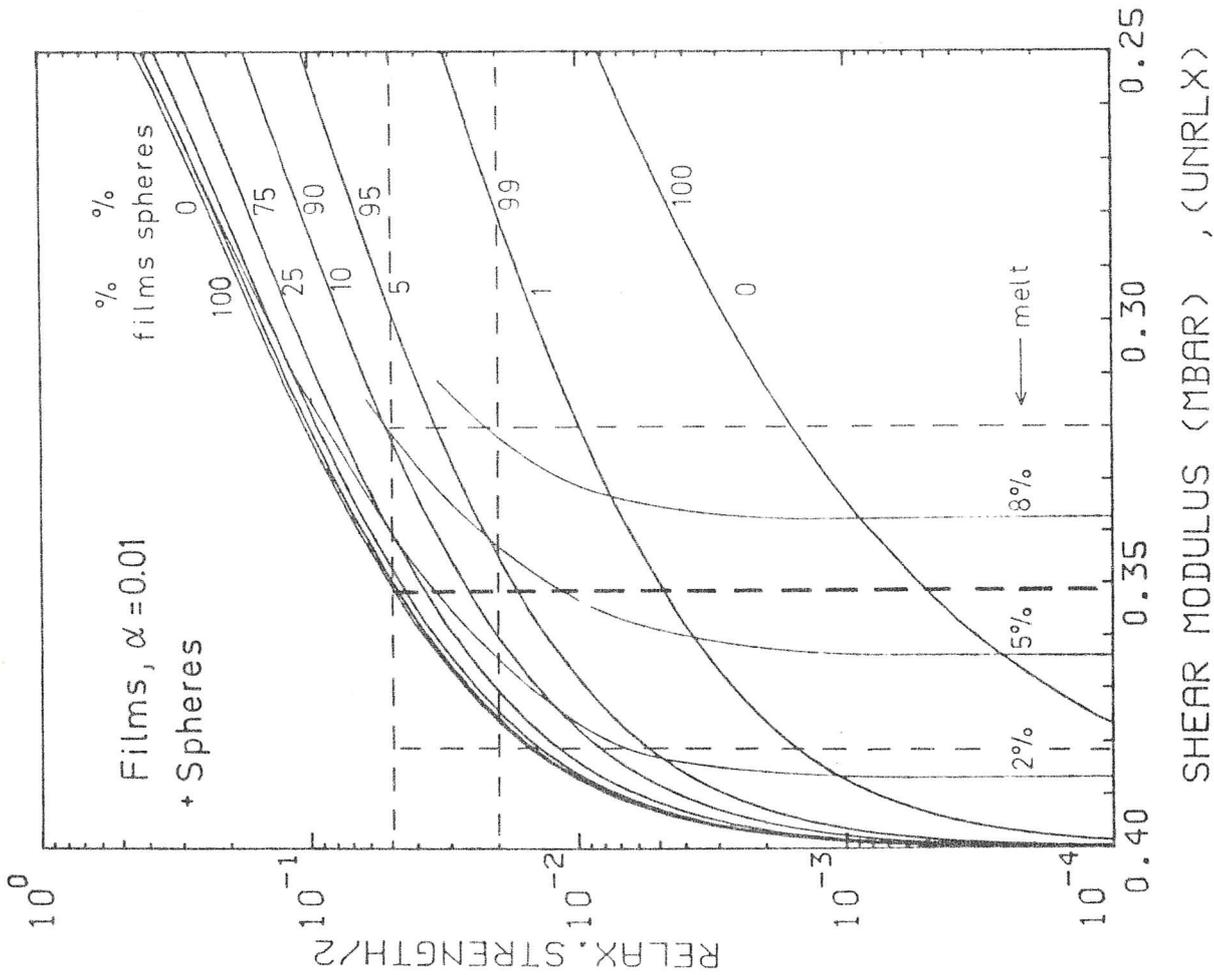


Abb. 107: Anwendung des Modells für Überlagerungen von Filmen und Kugelinclusionen. Links: Die Prozentzahlen geben den Volumenanteil an der Gesamtschmelze an. Rechts: Durchgezogene Linien stellen Isolinien der zugehörigen Leitfähigkeits- und Modulabfalldaten für variables β_F / β_{Ku} -Verhältnis dar. Die β_F / β_{Ku} -Verhältnisse an den Punkten: 100/0, 75/25, 50/50, 25/75, 10/90, 0/100. Die gestrichelten Linien stellen die σ_{eff} -Kurven für jeweils nur Filme (aus Abb. 72) bzw. Kugeln (aus Abb. 77) dar.

hältnis wurde willkürlich 0.01 gewählt. Die Variation von α hat einen sehr viel größeren Einfluß auf die Modulabfälle als auf die Leitfähigkeiten, so daß die σ_{eff} -Kurven für Film-Kugel-Überlagerungen als weitgehend konstant angesehen werden können, während die aus den Modulabfällen resultierenden Schmelzkonzentrationen stark variieren. Bei einer Verkleinerung von α verschieben sich also die linken Abschnitte der durchgezogenen Kurven (Abb. 107 rechts) in Richtung der Ordinate auf die $\sigma_{\text{eff}}(\beta = 0)$ -Punkte zu, während die rechten Eckpunkte (für 100% Kugeln) unverändert bleiben.

Man erkennt aus den Schnittpunkten der gezeigten Isolinien mit der Schmelzkurve, daß die Datenkombinationen 0.04 S/m - 12% und 0.1 S/m - 20% durch dieses Film-Kugel-Modell erklärt werden können, wobei $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}} \leq 10/90$ sein muß. Bei kleinerem α würde ein noch kleineres $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnis resultieren. Bei $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}} = 10/90$ liegt die $\Delta'/2$ -Kurve in Abb. 107 links gerade noch nicht unterhalb der angegebenen Schranke. Mit dem oben dargestellten Modell für verteilte α läßt sich jedoch abschätzen, daß Filme mit 1 - 2 Dekaden breiten α -Verteilungen um $\alpha' = 0.01$ plus Kugeln die Asthenosphärendaten aus Tab. 3 erklären dürften (solange nicht kleine σ_{eff} mit großen Modulabfällen kombiniert werden).

Der Vollständigkeit halber sei hier noch die Datenkombinationstabelle mit den zugehörigen $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnissen gegeben:

	4%	12%	20% Modulabfall
0.1 S/m	-	$\sim 0/100$	$< 10/90$
0.04 S/m	-	10/90	40/60

Tab. 9: Datenkombinationen für Film-Kugel-Überlagerungen mit zugehörigen $\beta_{\text{F}}/\beta_{\text{Ku}}$ -Verhältnissen.

Mit dem Film-Kugel-Modell und dem Modell über uniforme α -Verteilungen bzgl. $\log \alpha$ wurden zwei spezielle, sehr unterschiedliche Verteilungen von Querverhältnissen betrachtet. Da die Aussagen in Bezug auf die Anpassung an die Asthenosphärendaten ähnlich sind, kann angenommen werden, daß allgemein solche Verteilungen mit den Asthenosphärendaten verträglich sein dürften, bei denen ein genügend großer Anteil der Schmelze in relativ kompakten Inklusionen vorkommt.

Im nächsten Modell (Abb. 108) werden Kanäle und Kugeln überlagert und auf die Asthenosphären Daten angewendet. Die Relaxationsstärke für Kanäle allein lag schon deutlich unter der als Schranke angegebenen Asthenosphärenrelaxationsstärke. Bei einer Überlagerung mit Kugeln sinkt sie noch mehr ab, wie man in Abb. 108 links erkennt.

In Abb. 108 rechts wurden wieder für die sechs Kombinationen aus den Leitfähigkeitsdaten 0.1 S/m, 0.04 S/m und den Modulabfällen 4%, 12% und 20% Isolinien für variables Kanal/Kugel-Verhältnis des Schmelzanteils, β_{Ka}/β_{Ku} , eingezeichnet. Die Kurven verlaufen von den σ_{eff} -Kurven für Kanäle (gestrichelt) mit $\beta_{Ka}/\beta_{Ku} = 100/0$ über die durch die Punkte gekennzeichneten Verhältnisse 75/25, 50/50 und 25/75 bis zum Modell für ausschließlich Kugelinklusionen (obere gestrichelte Kurven, die identisch mit denen aus Abb. 77 sind). Vergleicht man nun diese Kurven mit der Schmelzkurve, so stellt man einen grob parallelen Verlauf fest, das Kanal-Kugel-Modell bleibt also bzgl. des β_{Ka}/β_{Ku} -Verhältnisses vieldeutig. Es ist hingegen festzustellen, daß für dieses Modell der σ_{eff} , $\Delta\mu_u/\mu_o$ -Parameterraum stark eingeschränkt ist. Nur bestimmte Kombinationen der σ_{eff} - und Modulabfalldaten führen zu einer erfolgreichen Interpretation, so daß hier auf eine Datenkombinationstabelle verzichtet werden kann. Aus Abb. 108 rechts folgt also, daß unter Annahme des Kanal-Kugel-Modells folgende Parametersätze eine konsistente Interpretation der Asthenosphären Daten ermöglichen:

σ_{eff}	$\Delta\mu_u/\mu_o$	β	T	β_{Ka}/β_{Ku}
0.04 S/m	8%	2% - 3.5%	1300 - 1360°C	100/0 - 0/100
0.1 S/m	14%	4% - 7.5%	1370 - 1430°C	100/0 - 0/100

Tab. 10: Zwei mögliche Datenkombinationen für das Kanal-Kugel-Modell mit zugehörigen β - und T-Werten.

Im folgenden Modell wurden schließlich Filme und Kanäle überlagert. Aus Abb. 109 links geht hervor, daß wieder nur ein kleiner Anteil der Schmelze in Form von Filmen vorliegen darf, damit die Relaxationsstärke unterhalb der angegebenen Schranke bleibt. Bei kleinerem Querverhältnis der Filme wird dieser Anteil noch kleiner.

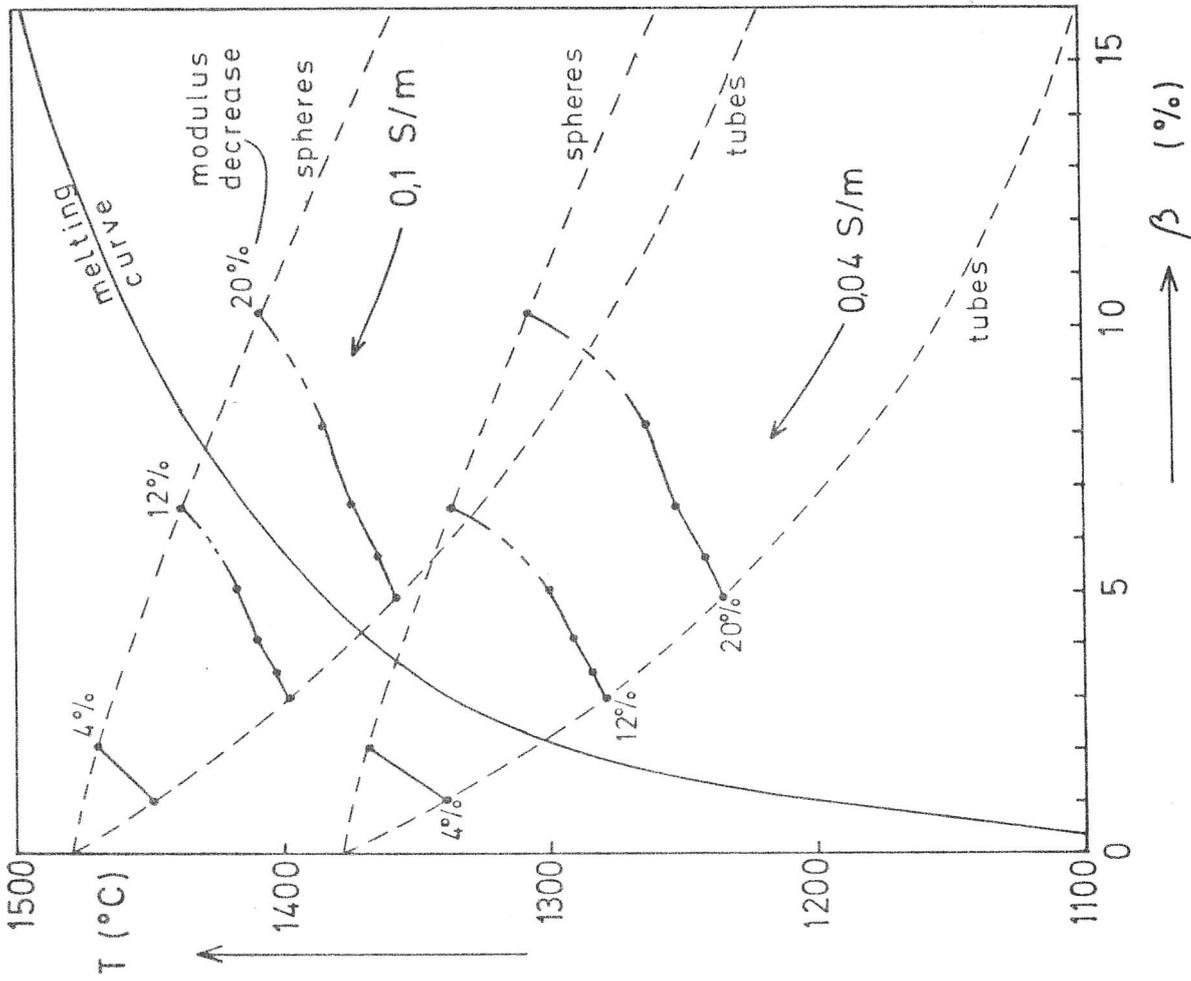
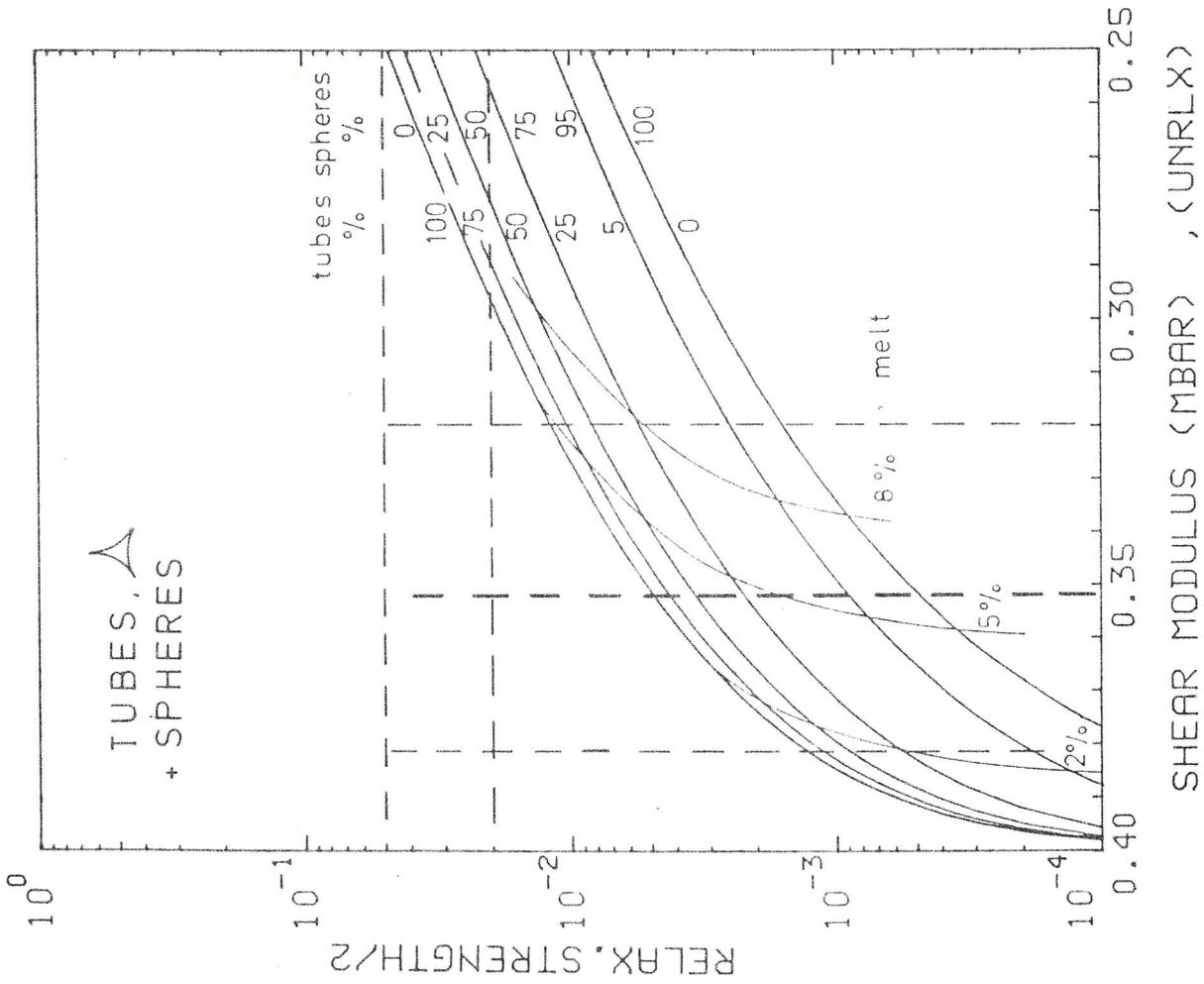


Abb. 108: Wie Abb. 107, nur für Kanal-Kugel-Überlagerungen. Für die Kanäle wurde ein Kanalquerverhältnis von 0.1 und ein $\epsilon = 0$ gewählt, die β_{Ka} / β_{Ku} -Verhältnisse lauten an den Punkten von links nach rechts: 100/0, 75/25, 50/50, 25/75, 0/100.

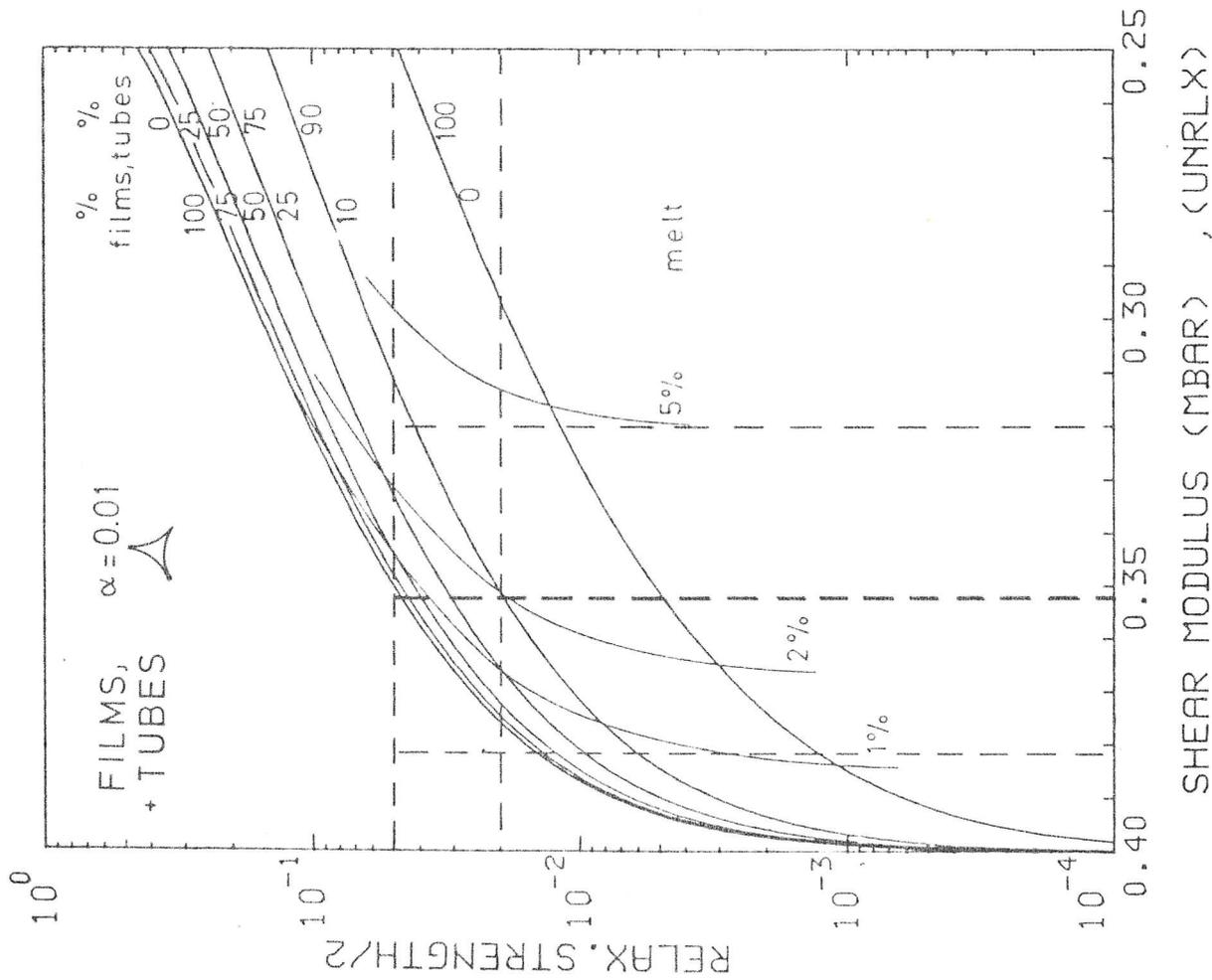
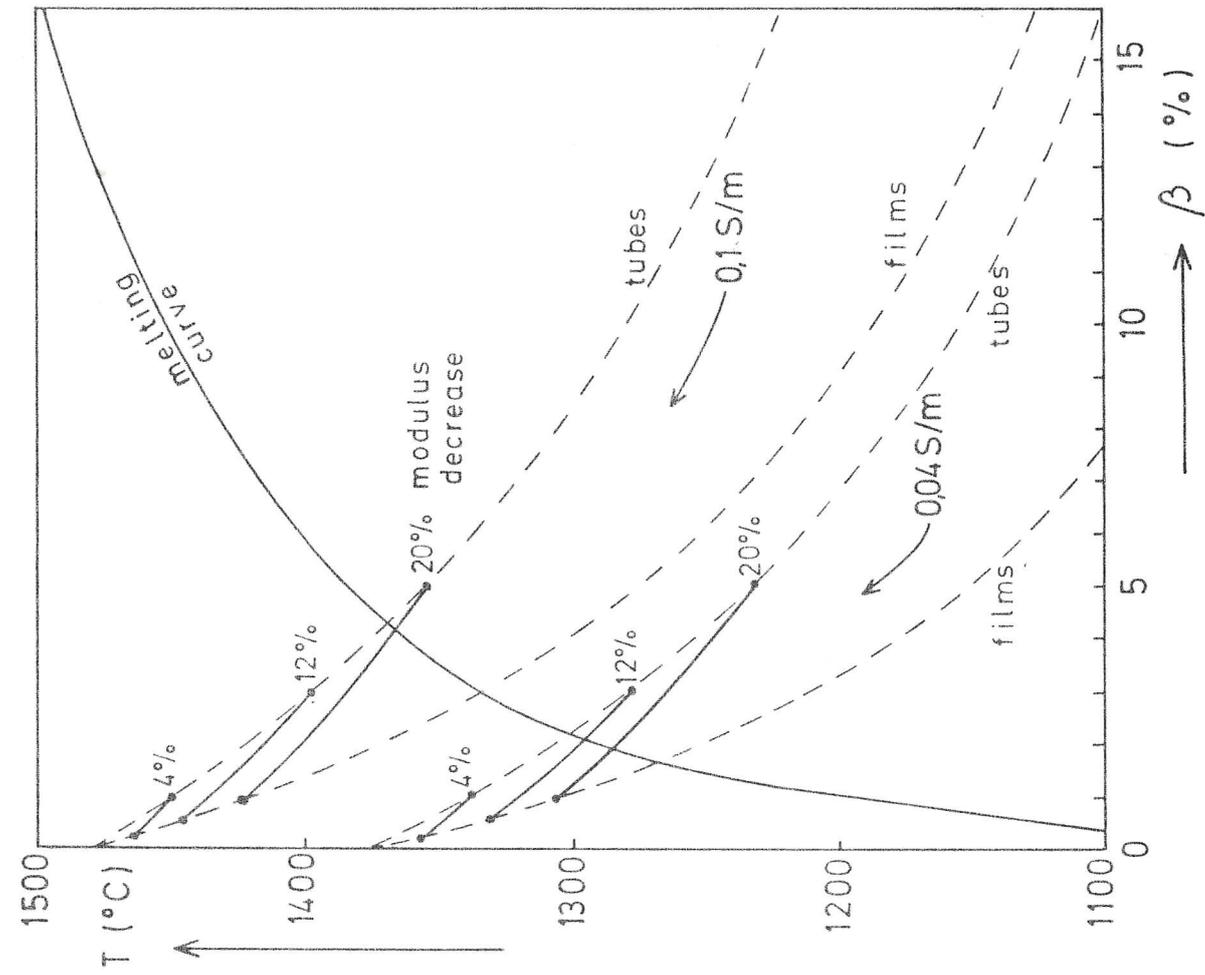


Abb. 109: Wie Abb. 107, nur für Film-Kanal-Überlagerungen.

In der rechten Abbildung wurden wieder die 0.1 S/m- und 0.04 S/m-Kurven für Filme und Kanäle gezeichnet (gestrichelt) und bei den Schmelzkonzentrationen für 4%, 12% und 20% Modulabfall markiert. Für das Film-Kanal-System wurde in Kap. 4.3. kein Leitfähigkeitsmodell für variable β_F / β_{Ka} -Verhältnisse entwickelt. Da die σ_{eff} $\Delta\mu_u / \mu_o$ -Isolinien in den vorigen Film-Kugel- und Kugel-Kanal-Modellen relativ direkt ihre jeweiligen Endpunkte verbinden, und außerdem die gestrichelten σ_{eff} -Kurven im Film-Kanal-Modell (Abb. 109 rechts) nicht sehr weit auseinander liegen, wird angenommen, daß die eingezeichneten, nur an ihren Endpunkten belegten Kurven für variable Film/Kanal-Verhältnisse eine akzeptable Approximation darstellen. Obwohl aus dem Diagramm nicht explizit abzulesen ist, bei welchen Film/Kanal-Verhältnissen die Schmelzkurve geschnitten wird, deutet sich an, daß die σ_{eff} - und Modulabfall-Daten eher mit hohen Kanal- und geringen Filmanteilen verträglich sind. Lediglich die ungünstige Kombination 0.04 S/m mit 20% Modulabfall läßt sich durch einen größeren Filmanteil erklären. Dies geht auch aus folgender Datenkombinationstabelle hervor, in der die zugehörigen β_F / β_{Ka} aus Abb. 109 rechts rein graphisch abgeschätzt wurden:

	4%	12%	20% Modulabfall
0.1 S/m	-	-	(20/80)
0.04 S/m	-	(40/60)	(75/25)

Tab. 11: Datenkombinationen für das Film-Kanal-Modell mit zugehörigen, abgeschätzten β_F / β_{Ka} -Verhältnissen.

7.1.3. Zusammenfassung und Vergleich der Interpretationsansätze, Schlußfolgerungen für die ozeanische Asthenosphäre

Aus den in Kap. 7.1.1. zusammengestellten Beobachtungsdaten für eine typische, ozeanische Asthenosphäre wurde ein Datensatz zusammengestellt, der repräsentative Modulabfälle, Leitfähigkeiten und Relaxationsstärken enthält. Es wurde angenommen, daß die beobachtete Absorption aus Festkörperprozessen resultiert und daher für die Absorption durch Schmelze als obere Schranke angesehen werden kann. Auf diesen Datensatz wurden systematisch die an/elastischen und elektrischen Schmelzmodelle für folgende Fälle an-

gewendet:

1. Film- und ellipsoidförmige Schmelzinklusio-
nen mit vollständigem Verbundenheitsgrad
2. Wie 1., nur mit z. T. herabgesetztem Verbundenheitsgrad
3. Schmelzkanäle mit unterschiedlichen Querschnittsformen
4. Filme und Ellipsoidinklusio-
nen mit verteilten Querverhältnissen
5. Kanäle mit verteilten Kanalquerverhältnissen
6. Überlagerungen von Filmen und Kugeln, von Kanälen und Kugeln
und von Filmen und Kanälen.

Vergleicht man nun die Ergebnisse aus den einzelnen Modellansätzen miteinander, so folgt zunächst, unter den hier gemachten Annahmen für die ozeanische Asthenosphäre, daß

1. dünne Filme ($\alpha < 0.01$) allein auszuschließen sind,
2. im Fall von Film- oder Ellipsoidinklusio-
nen ein teilweise herabgesetzter Verbundenheitsgrad berücksichtigt werden sollte,
der dann zu einer eingeschränkten, aber nicht unrealistischen Auswahl von möglichen Datenkombinationen führt, wobei das Querverhältnis von 0.03 bis 1 mit der Schmelzkonzentration ansteigen kann,
3. im Falle von Filmen und Ellipsoiden mit verteilten Querverhältnissen oder Überlagerungen mit Kugeln eine breite α -Verteilung vorliegen muß, so daß dann ein Großteil der Schmelze in kompakten Inklusionen vorkommt,
4. das Kanalmodell die Daten am besten erklärt, wenn nicht extrem große Modulabfälle mit kleinen Leitfähigkeiten kombiniert werden müssen und umgekehrt,
5. Kanäle auch mit kompakten Inklusionen überlagert sein können,
6. schließlich die Schmelzkonzentration in der ozeanischen Asthenosphäre zwischen 2% und 4% liegt, möglicherweise aber 6% oder 8% erreichen kann.

Diese Folgerungen hängen z.T. kritisch von im wesentlichen zwei oder drei der oben gemachten Annahmen ab:

1. Falls die beobachtete Absorption in der Asthenosphäre nicht durch Festkörperpermeanismen hervorgerufen wird, sondern durch Schmelze erklärt werden muß, dürfte das Kanalmodell ausschei-

den. Auch die Film- und Ellipsoidmodelle mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad wären dann nur schwer anzupassen. Die Asthenosphärendaten wären jedoch verträglich mit vollständig verbundenen Film- und Ellipsoidmodellen, oder auch bestimmten Film-Kugel-Überlagerungen, wenn keine zu breiten α -Verteilungen (< 2 Dekaden) auftreten (da sonst bei gleicher Relaxationsstärke das Absorptionsband zu flach wird), und die Querverhältnisse nicht zu klein sind ($> 10^{-2}$, da sonst die Modulabfälle und Leitfähigkeiten zu unterschiedlichen Schmelzanteilen führen würden).

2. Von der Wahl der Schmelzkurve hängen die obigen Interpretationen ebenfalls signifikant ab. Falls der Wassergehalt in der Asthenosphäre niedriger ist, verschiebt sich die Schmelzkurve etwas, für kleine Schmelzkonzentrationen möglicherweise beträchtlich, zu höheren Temperaturen hin (vgl. Abb. 4). In diesem Fall wären die Leitfähigkeiten um 0.04 S/m (bei der hier gemachten Annahme über die σ_o -Kurve) nicht mehr durch Schmelze zu erklären. Zur Interpretation höherer Leitfähigkeiten wäre nicht mehr so viel Schmelze erforderlich, wodurch die Filmmodelle mit kleinerem α gegenüber dem Kanalmodell bevorzugt wären.
3. Falls Schmelzmodelle von nur geringen Mengen von Schmelze ausgehen, wie z.B. das Filmmodell bei kleinem α , hängen die Interpretationen bei Berücksichtigung der Leitfähigkeit stark von der Annahme über die Festkörperleitfähigkeit ab (vgl. Abb. 73). Niedrige σ_o -Kurven werden zu mehr Schmelze, hohe σ_o -Kurven zu weniger Schmelze führen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß unter den obigen Annahmen aus dem Vergleich der Schmelzmodelle hervorgeht, daß das Kanalmodell (mit möglicherweise überlagerten Kugeln) unter den wenigsten Einschränkungen mit den Asthenosphärendaten verträglich war. Es wird daher auch in Anbetracht der Hinweise aus Laborexperimenten auf Schmelze in Kanälen (Waff und Bulau, 1979) und auf die dominierende Rolle der Festkörperabsorption bei hohen Temperaturen (Berckhemer et al., 1982a) als das wahrscheinlichste Modell für die ozeanische Asthenosphäre angesehen, wobei von Schmelzkonzentrationen zwischen 2% und 4%, möglicherweise bis zu 6% oder 8% ausgegangen werden kann. Ist dagegen die beobachtete Absorption zum großen Teil auf Schmelze zurückzuführen, dann versagt das Kanalmodell und zusammenhängende Schmelzfilme (mit oder ohne kompakten Schmelztaschen) mit Querverhältnissen > 0.01 und Schmelzkonzentrationen $\geq 2\%$ wären zur Erklärung der Daten heranzuziehen.

7.2. Interpretation des anomalen Mantels unter Island im Hinblick auf mögliche partielle Schmelze

Nachdem im letzten Kapitel versucht wurde, Aufschlüsse über die allgemeine Struktur einer ozeanischen Asthenosphäre zu erhalten, soll nun ein regionales, thermisch anomales Gebiet auf Schmelze hin untersucht werden. Es wurde hierzu Island ausgewählt, da diese Region unter allgemeinen geowissenschaftlichen, aber auch unter energiewirtschaftlichen Aspekten eine herausragende Rolle spielt. Der Bezug zur Geodynamik und Plattentektonik ist gegeben durch die geographische Lage, so liegt Island direkt auf dem mittelatlantischen Rücken, an dem ständig neuer Ozeanboden gebildet wird. Die "spreading zone" läßt sich durch ganz Island als sogenannte jungvulkanische Zone mit rezentem Vulkanismus verfolgen. Wegen der erheblich erhöhten Produktionsrate vulkanischen Materials auf Island im Vergleich zum normalen mittelatlantischen Rücken und der weitgehenden Ähnlichkeit der isländischen tertiären basaltischen Ergußgesteine mit denen der Ost- und Westküste Grönlands (Thule-Basalte) sowie mit denen aus Schottland wird Island auch häufig als eine Erscheinungsform eines "mantle plume" angesehen (Morgan, 1971).

Diese wenigen Hinweise auf die geophysikalische Situation in Island sollen hier genügen, es sei auf die umfangreiche Literatur über Island verwiesen (z.B. Kristjansson, 1974; Jacoby et al., 1980; Marquart, 1983; u.a.). Es sollte jedoch nicht unerwähnt bleiben, daß ein Großteil der isländischen Energieversorgung durch Nutzung geothermaler Wärme erfolgt (siehe z.B. Schutzbach, 1976), in Krafla, NO-Island, wurde z.B. ein geothermales Kraftwerk direkt in einem seit 1975 aktiv riftenden Spaltenschwarmgebiet gebaut.

7.2.1. Zusammenstellung eines zur Interpretation geeigneten Satzes seismischer und geoelektrischer Daten

Es wurde bisher eine Reihe von seismischen Messungen auf Island durchgeführt; einen Aufschluß über die tiefere Struktur unterhalb der Kruste lieferte jedoch im wesentlichen das RRISP-Experiment (Angenheister et al., 1980). Das Ergebnis dieser refraktionsseismischen Untersuchung ist in Abb. 110 dargestellt (Gebrande et al.,

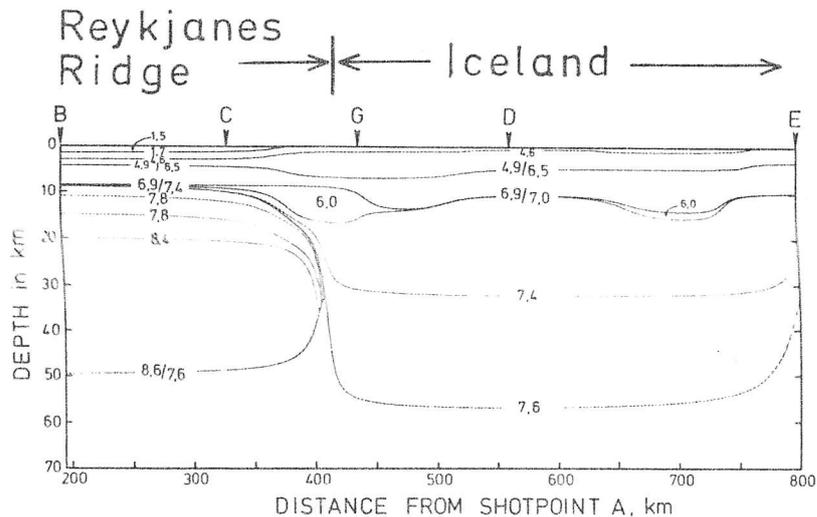


Abb. 110: Modell der Kruste und des oberen Mantels unter Island und der Ostflanke des Reykjanes-Rückens aus refraktionsseismischen Messungen (RRISP-Experiment, Angenheister et al., 1980). (Aus: Gebrande et al., 1980)

1980). Durch die Messungen wurde ein Abschnitt der Ostflanke des Reykjanes-Rückens (Abb. 110, 200 - 400 km) und ein Großteil der jungvulkanischen Zone Islands (400 - 750 km) erfaßt. Wie aus der Abbildung hervorgeht, befindet sich unter der ozeanischen Kruste (zwischen B und C) normale Lithosphäre mit Geschwindigkeiten zwischen 8.4 und 8.6 km/s. Aus der Beobachtung, daß vom Schuß A (200 km links außerhalb von Abb. 110) keine Energie mehr auf Island registriert wurde, schließen Gebrande et al. auf einen Geschwindigkeitsabfall an der Unterkante der ozeanischen Lithosphäre von 8.6 auf 7.6 km/s. Die vermutete Tiefenlage dieser Inversion wird auch durch Untersuchungen von Oberflächenwellendispersion von Jacoby und Girardin (1980) weitgehend gestützt. Man erkennt weiter, daß sich die ozeanische Lithosphäre unter Island nicht fortsetzt, unterhalb der isländischen Kruste erstreckt sich ein anomaler Mantel mit Geschwindigkeiten zwischen 7.0 und 7.6 km/s bis mindestens in die Tiefenlage der ozeanischen Asthenosphäre. Aus lokalen Laufzeitverzögerungen bei den Entfernungen 400 und 700 km schließen Gebrande et al. auf Zonen an der Krusten-Mantel-Grenze, deren Geschwindigkeiten sogar noch unterhalb der angegebenen von 6 km/s liegen sollen. Die rechte dieser Zonen erniedrigter Geschwindigkeiten wurde von Altmann (1981) bei der Auswertung der gleichen Daten nicht gefunden.

Die von Gebrande et al. angegebene Geschwindigkeitsänderung unter Island von 6.9 auf 7.0 km/s wird begleitet von einer Zunahme des v_p/v_s -Verhältnisses von 1.76 auf 1.96, teilweise sogar auf 2.2, wodurch die Identifikation dieser Geschwindigkeitsänderung mit einer chemischen oder Phasen-Grenze gestützt wird.

Der gesamte anomale Mantel unter Island weist also im Vergleich zum entsprechenden Tiefenbereich der ozeanischen Lithosphäre eine Geschwindigkeitserniedrigung von etwa 1 km/s auf. In Abb. 111 links sind zum Vergleich zwei aus Abb. 110 folgende Geschwindigkeitsprofile gezeigt, Kurve a gilt für den ozeanischen Bereich, Kurve b (mit oder ohne dem Kanal c) wurde für isländische Kruste und Mantel abgelesen.

Es wird nun versucht, mit Hilfe gravimetrischer Daten die Dichtedifferenz zwischen dem anomalen Mantel unter Island und der ozeanischen Lithosphäre abzuschätzen, um mit Hilfe der Birch-Beziehung auf eine zugehörige Geschwindigkeitsdifferenz zu schließen. Da die Birch-Beziehung auch auf Materialien unterschiedlicher Zusammensetzung anwendbar ist, kann so überprüft werden, ob die niedrige Geschwindigkeit unter Island eine thermische und/oder eine kompositionelle Ursache hat, oder ob möglicherweise partielle Schmelze (für die die Birch-Beziehung versagt) zur Erklärung herangezogen werden kann.

Nach Cochran und Talwani (1978) und Pálmason (unveröffentlicht, siehe Marquart, 1983) beträgt die mittlere Differenz der Freiluftschwere zwischen Island und der Ostflanke des mittelatlantischen Rückens vor Island +20 bis +30 mgal. Aus den Geschwindigkeiten der beiden Tiefenprofile a und b (Abb. 111, links) lassen sich nach der Nafe-Drake-Birch-Beziehung (Abb. 85) die Dichten der Schichten bis 10.5 km Tiefe ($\hat{=}$ Krustenunterkante für das gewählte Islandtiefenprofil b) abschätzen. Aus diesen Dichten folgt dann mit der Gleichung für eine Bouguer-Platte

$$\Delta g_b \text{ [gal]} = 2 \pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-8} \cdot \rho \text{ [g/cm}^3 \text{]} \cdot d \text{ [cm]} \quad (7.2)$$

der Schwereeffekt der oberen 10.5 km. Mit 1.5 - 2 km Wasserbedeckung der ozeanischen Kruste an der Flanke des Reykjanes-Rückens resultiert eine Schweredifferenz zwischen den obersten 10.5 km unter Island und unter der Ozeanoberfläche von +90 bis +140 mgal. Berücksichtigt man die beobachtete Differenz der Freiluftschwere von +20 bis +30 mgal, so dürften größenordnungsmäßig -60 bis -120

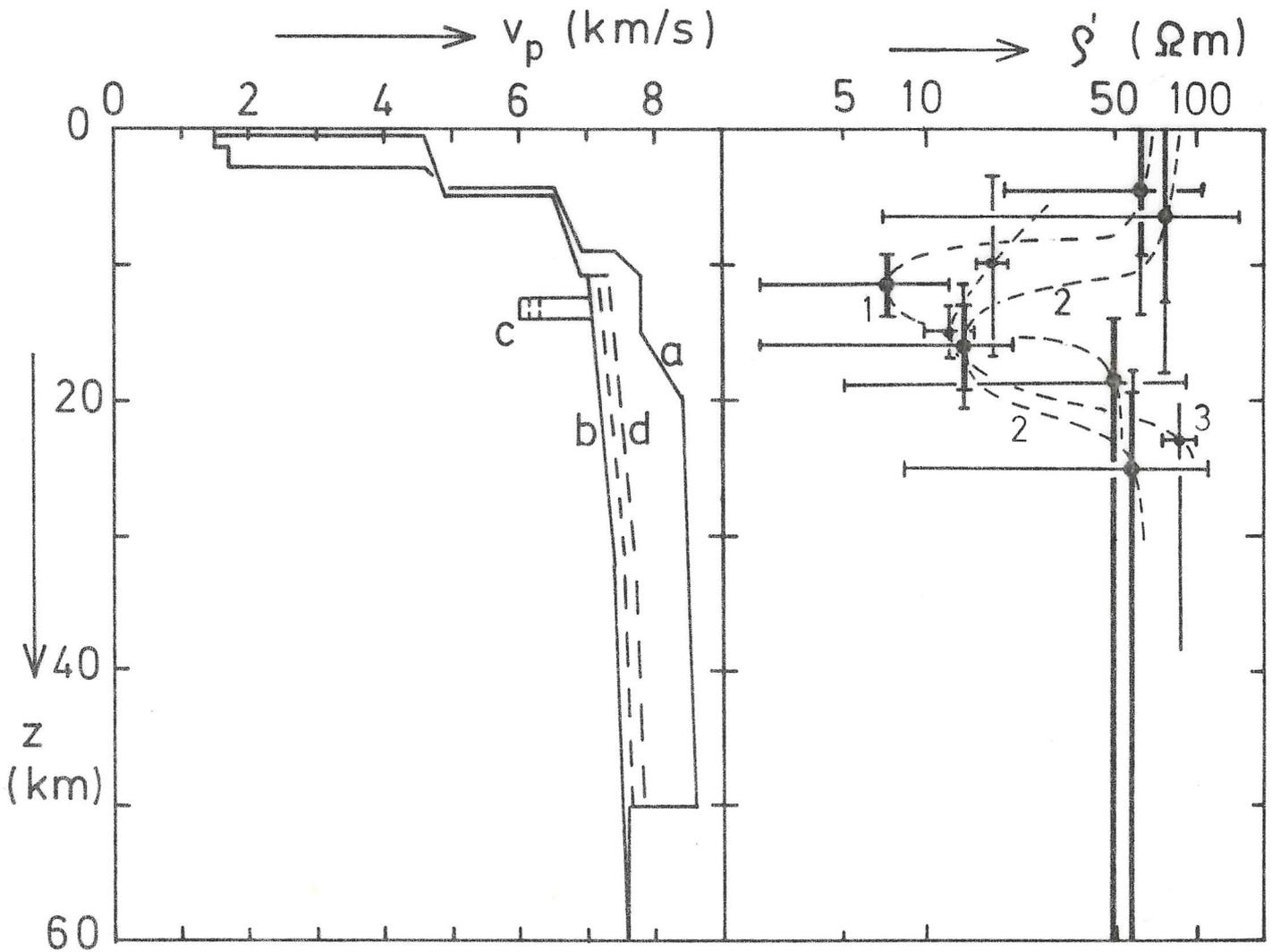


Abb. 111: Links: Geschwindigkeitstiefenprofile, abgelesen aus Abb. 110. a: Ostflanke des Reykjanes-Rückens, b: Zentralisland, c: zusätzlicher Kanal an der Krusten-Mantel-Grenze, d: wie b, jedoch mit dem Dichteunterschied zwischen anomalem Mantel und ozeanischer Lithosphäre über die Birch-Gleichung korrigiert. Rechts: Spezifischer Widerstand unter Island, angenähert durch Dreischichtenfälle. Die Punkte der beiden oberen Schichten geben jeweils die Mittelpunkte der Schichten an, dicke senkrechte Linien geben die Dicke der Schichten an, dünne senkrechte und waagerechte Linien zeigen die Variationsbereiche. Für das Profil 1 wurden die Ergebnisse von Beblo et al. (1983) längs der jungvulkanischen Zone NO-Islands gemittelt, 2 stellt ein Mittel aus allen Werten von Beblo et al. dar, 3 wurde nach Hermance und Grillot (1970) für SW-Island für die jungvulkanische Zone eingezeichnet.

mgal aus einem unterschiedlich dichten Mantel resultieren. Legt man die Ursache dieser Dichtedifferenz in die obersten 30 km des Mantels, so folgt, daß der anomale isländische Mantel eine um 0.05 bis 0.1 g/cm³ geringere Dichte als die ozeanische Lithosphäre haben muß. Hieraus ergibt sich mit der Birch-Beziehung (5.2), daß v_p im isländischen Mantel um etwa 0.15 bis 0.31 km/s niedriger als v_p in der ozeanischen Lithosphäre sein sollte, im Unterschied zu der beobachteten Differenz von 1 km/s. Zu einem im Prinzip ähnlichen Ergebnis gelangten Gebrande et al. unter Berücksichtigung der Bouguer-Schwere. Addiert man die aus der Dichtedifferenz folgenden Werte 0.15 - 0.31 km/s zu den Geschwindigkeiten des anomalen Mantels (gestrichelte Kurven d, Abb. 111, links), so bietet sich im Tiefenbereich $z > 10.5$ km für die Differenz zwischen Kurve a (ungeschmolzene ozeanische Lithosphäre) und Kurve d (anomaler Mantel, korrigiert auf gleiche Dichte wie a) als Erklärungsmöglichkeit partielle Schmelze an.

Aus Abb. 111, links lassen sich nun, je nachdem, ob man den Kanal erniedrigter Geschwindigkeit mit berücksichtigt oder nicht, folgende relative Geschwindigkeitsabfälle (in Bezug auf die ungeschmolzene ozeanische Lithosphäre) ablesen

a) ohne Kanal		b) mit Kanal	
z (km)	$\Delta v_p / v_{p0}$	z (km)	$\Delta v_p / v_{p0}$
12 - 15	5.1% - 7.7%	12.5 - 14	19% - 21%
		15 - 20	5.1% - 12%
20 - 50	8.7% - 12.5%	20 - 50	8.7% - 12.5%

Tab. 12: Relative Geschwindigkeitsabfälle unter Island, die durch partielle Schmelze erklärt werden sollen.

Versteht man unter M den für p-Wellen geltenden Modul $K + (4/3)\mu$, so ergibt sich der relative Modulabfall aus dem v_p - und dem Dichteabfall (0.05 bis 0.1 g/cm³):

$$M/M_0 = (v_p/v_{p0})^2 \rho/\rho_0 \quad (7.3)$$

Für die obigen Tiefenbereiche ergeben sich also folgende Modulabfälle:

a) ohne Kanal		b) mit Kanal	
z (km)	$\Delta M/M_O$	z (km)	$\Delta M/M_O$
12 - 15	11.4% - 17.4%	12.5 - 14	35.4% - 39.5%
20 - 50	18% - 25.7%	15 - 20	11.4% - 25%
		20 - 50	18% - 25.7%

Tab. 13: Relative Abnahmen des Moduls $M = K + (4/3)\mu$, für die partielle Schmelze in Frage kommen.

Bestimmungen der seismischen Absorption unter Island liegen leider nicht vor. Zwar gibt es Beobachtungen, daß s-Wellen in bestimmten Krustenbereichen, in denen Magmakammern angenommen werden, völlig absorbiert werden, dies scheint in der normalen unteren Kruste unter Island jedoch nicht der Fall zu sein (Einarsson, 1978).

Um weiteren Aufschluß über mögliche partielle Schmelze unter Island zu erhalten, bieten sich schließlich Leitfähigkeitsuntersuchungen an. Magnetotellurische Bestimmungen der spezifischen Widerstände liegen von Hermance und Grillo (1970) für die jungvulkanische Zone in SW-Island, von Beblo und Björnsson (1980), Beblo et al. (1983) und Thayer et al. (1981) für NO-Island und die dortige jungvulkanische Zone vor. Als Beispiel zeigt Abb. 112 die Ergebnisse von Beblo et al. (1983).

Es sind dort Widerstandstiefenverteilungen längs eines Profils quer über die jungvulkanische Zone dargestellt. Man erkennt deutlich die gut leitende Schicht, deren Tiefenlage von der Riftachse aus nach beiden Seiten hin zunimmt. Die Widerstandswerte an den einzelnen Stationen variieren beträchtlich. Mittelt man die Tiefenlage der Schichten und die zugehörigen Widerstände auf einem Pro-

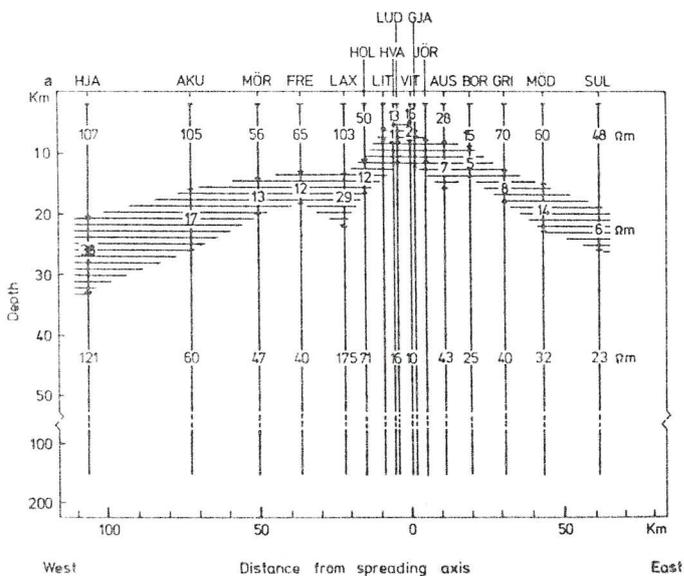


Abb. 112: Widerstandstiefenverteilungen auf einem Profil quer zur Riftachse in NO-Island. (Aus: Beblo et al., 1983)

fil längs der jungvulkanischen Zone (Beblo et al., 1983, nicht abgebildet), so resultiert ein Drei-Schichtenfall, der in Abb. 111 rechts, mit 1 bezeichnet, dargestellt ist. Die dicken senkrechten Linien geben die mittleren Schichtdicken, die dünnen Linien die Variationsbereiche an. Man erkennt eine gut leitende Schicht (mit $\sigma \approx 1.4 \text{ S/m}$) in einer Tiefe von 9 - 14 km. Die Widerstandstiefenverteilung von Thayer et al. (1981) ähnelt dem Fall 1 in Abb. 111 rechts und ist nicht extra abgebildet. Mittelt man die Schichtdicken und zugehörigen Widerstände über den gesamten, von Beblo et al. (1983) erfaßten Bereich (d.h. bis zu einer Entfernung von 150 km von der Riftachse), so ergibt sich der Drei-Schichtenfall 2 (Abb. 111 rechts). Eine Zone hoher Leitfähigkeit mit ca. 0.07 S/m liegt in einer Tiefe zwischen 13 und 19 km. Schließlich sind in die Abbildung die Datenpunkte von Hermance und Grillo (1970) eingetragen (3).

Unterhalb von 20 km Tiefe liegen die Leitfähigkeiten offensichtlich bei allen Modellen zwischen 0.01 und 0.02 S/m . Erst in größerer Tiefe (150 - 170 km) scheint die Leitfähigkeit, nachdem sie zuvor unter 0.01 S/m abgefallen war, wieder deutlich zuzunehmen (Haak und Damaske, 1980).

Aus Tab. 13 und Abb. 111 rechts ergeben sich schließlich zwei Datensätze, bestehend aus Modulabfall- und Leitfähigkeitsdaten, auf die im folgenden die in dieser Arbeit entwickelten und aufgestellten Schmelzmodelle angewendet werden sollen (Tab. 14):

a) ohne Kanal			b) mit Kanal		
z (km)	$\Delta M/M_0$	$\zeta \text{ (S/m)}$	z (km)	$\Delta M/M_0$	$\zeta \text{ (S/m)}$
12 - 18	$18.1\% \pm 7\%$	0.08 ± 0.02	10 - 14	$38\% \pm 3\%$	$0.1 - 0.14$
20 - 50	$21.8\% \pm 3\%$	0.02 ± 0.01	14 - 20	$18\% \pm 7\%$	0.08 ± 0.02
			20 - 50	$21.8\% \pm 3\%$	0.02 ± 0.01

Tab. 14: Zusammenstellung der Datensätze, auf die die Schmelzmodelle angewendet werden sollen.

7.2.2. Anwendung der Schmelzmodelle auf den Datensatz für Island

Es werden im folgenden die in Kap. 3. und 4. aufgestellten Schmelzmodelle auf die Datensätze von Tab. 14 angewendet. Da keine genügenden Informationen über die Absorption vorliegen, können die Modelle über die Relaxationsstärken nicht herangezogen werden, eine parallele Betrachtung der Modulabfälle und der Leitfähigkeiten, sowie die abgeschätzte Erniedrigung des v_s/v_p -Verhältnisses sollten jedoch schon gewisse Aufschlüsse über die Schmelzverteilung und -konzentration liefern.

Da es wegen der fehlenden Kenntnis der Absorption nicht möglich ist, zu beurteilen, ob die beobachteten Modulabfälle dem relaxierten oder unrelaxierten Fall zuzuordnen sind, wird jeweils der gesamte Übergangsbereich betrachtet.

In Abb. 113 ist ein $T-\beta$ -Diagramm für das vollständig verbundene Filmmodell dargestellt. Es wurde wieder für ζ_o RSP x 10 (RSP = "red sea peridotite") und für ζ_f die Kurve für Hawaii-Tholeiit-Schmelze gewählt (vgl. Kap. 4.4.). Schmelzkurven wurden nicht eingezeichnet, es sei hierzu auf Abb. 4 verwiesen. Danach dürften die Schmelztemperaturen in 10 - 20 km Tiefe um 1200°C, die für 20 - 50 km etwas darüber liegen, mit einer Unsicherheit von schätzungsweise $\pm 100^\circ\text{C}$.

Längs der für die drei bzw. zwei Tiefenbereiche (b. bzw. a. in Tab. 14) abgeschätzten Leitfähigkeiten sind für die ebenfalls abgeschätzten Modulabfälle die Schmelzkonzentrationen mit den jeweils zugehörigen Querverhältnissen durch Kästchen gekennzeichnet. Der rechte Rand eines solchen Kastens gilt für unrelaxierte, der linke Rand für relaxierte v_p -Abfälle. Falls das Filmmodell anwendbar ist, dürfte für den Tiefenbereich 20 - 50 km (untere Kastenreihe) mit einem geringen Schmelzanteil, verteilt in dünnen Filmen, zu rechnen sein. Nun steigt mit zunehmender Temperatur allgemein ζ_{eff} an, während offensichtlich unter Island ζ zwischen 15 und 30 km mit der Tiefe abnimmt. Da mit der Tiefe jedoch nicht mit einer Temperaturabnahme zu rechnen ist, müssen die für die oberen Mantelbereiche geltenden $\Delta M/M_o - \zeta_{\text{eff}}$ -Datenpaare zu niedrigeren oder höchstens gleichen Temperaturen führen im Vergleich zu denen aus größeren Tiefen; dies ist erst für die weiter rechts liegenden Kästen, ab etwa 5% bzw. 10% und $\alpha \geq 0.1$ der Fall.

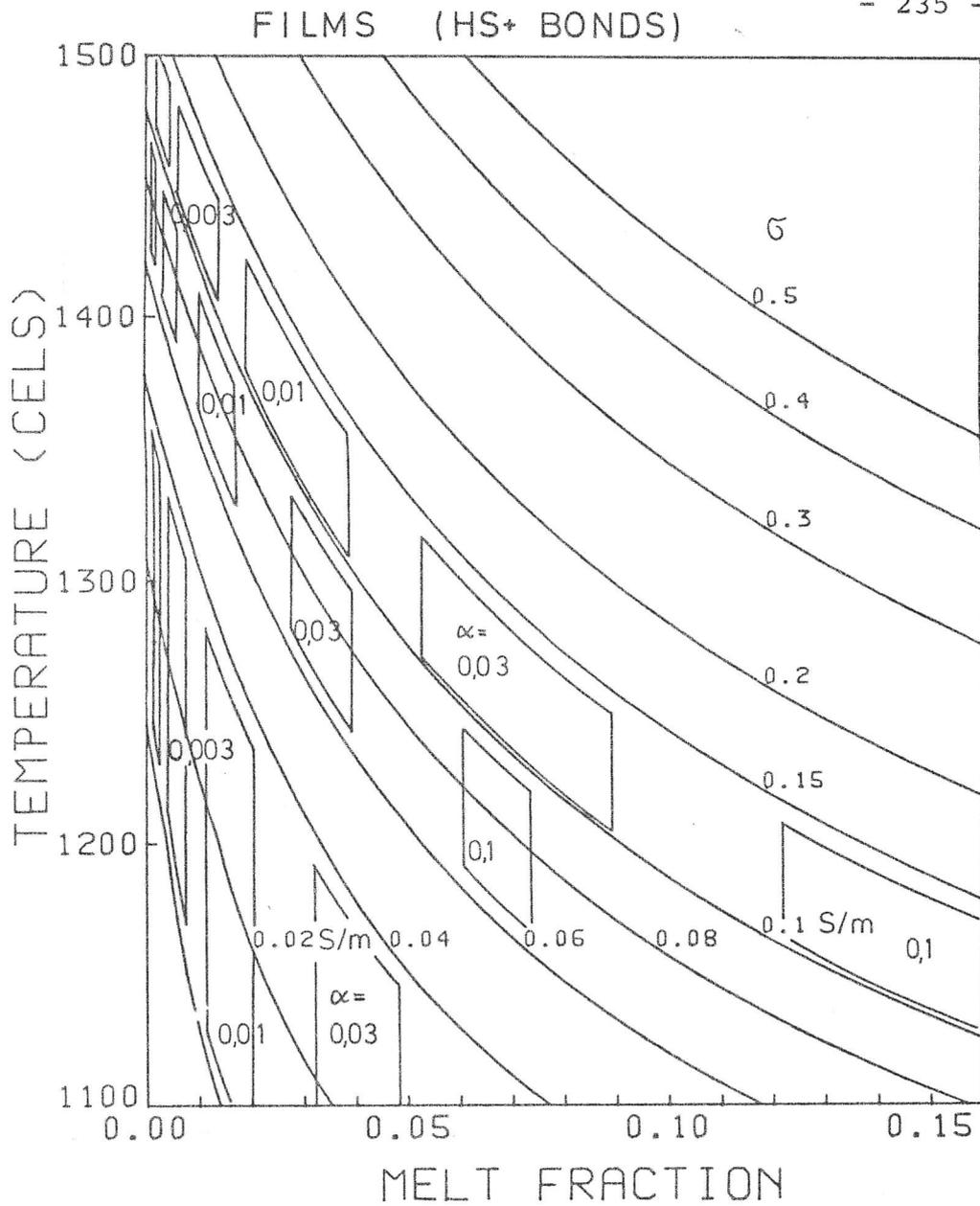


Abb. 113: σ_{eff} -Kurven für zusammenhängende Filme (wie in Abb. 72). Kästen geben für verschiedene Querverhältnisse die für die in Tab. 14 aufgestellten Daten möglichen Bereiche an: $0.02 \text{ S/m} \hat{=} 20 - 50 \text{ km}$, $0.08 \text{ S/m} \hat{=} 14 - 20 \text{ km}$, $0.1 \text{ S/m} \hat{=} 10 - 14 \text{ km}$. Rechte bzw. linke Kastenbegrenzungen gelten für den un- bzw. relaxierten Fall.

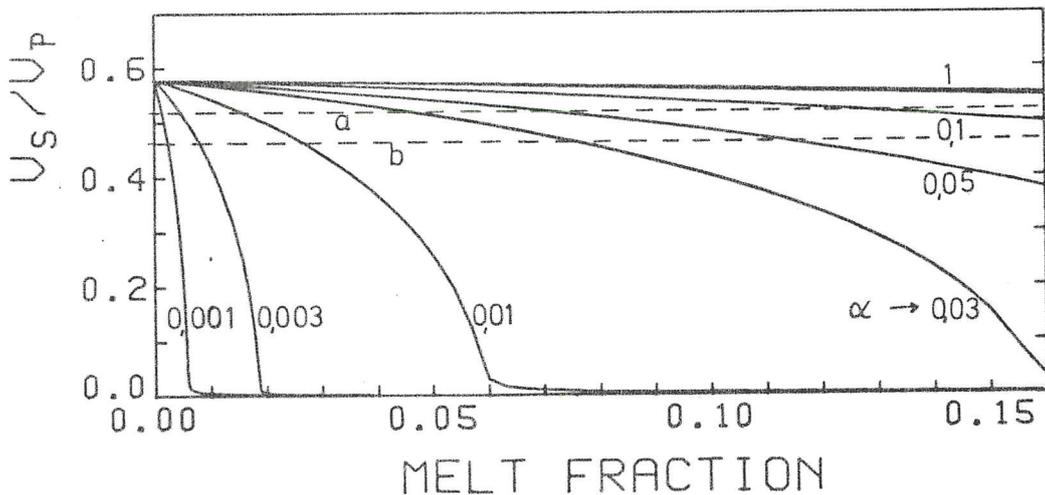


Abb. 114: v_s/v_p -Verhältnisse für unterschiedliche Querverhältnisse als Funktion von β . a, b geben die beobachteten v_s/v_p -Abfälle von 10% bzw. 20% an.

Zieht man Abb. 4 in Betracht, so lassen sich für die unterschiedlichen Tiefenbereiche geeignete Schmelzkurven finden, die bei größeren Tiefen und Temperaturen zwischen 1200° und 1300°C zu 1% - 2%, im Tiefenbereich 10 - 20 km mit 1100° bis 1200°C dagegen zu mehr als 5% Schmelze führen (in Übereinstimmung mit obigem Interpretationsansatz). Eine Temperaturabnahme mit der Tiefe wird somit vermieden.

Zieht man nun noch die beobachtete Abnahme des v_s/v_p -Verhältnisses um 10% (maximal 20%) heran, die wohl im wesentlichen für den anomalen Mantel zwischen 20 - 50 km gelten dürfte, so werden die nach Abb. 113 dort zu vermutenden kleinen Querverhältnisse bestätigt: Abb. 114 zeigt für verschiedene Querverhältnisse die v_s/v_p -Abnahmen mit der Schmelzkonzentration, a und b markieren 10% bzw. 20% Abnahme des ungestörten v_s/v_p -Verhältnisses. Es handelt sich hier um die unrelaxierten Geschwindigkeiten, die relaxierten Kurven (nicht abgebildet) fallen etwas stärker ab. Für kleine α bis 0.01 ist eine Übereinstimmung zwischen den aus den beobachteten v_s/v_p -Abfällen und den aus den v_p -Erniedrigungen folgenden Schmelzkonzentrationen sehr gut, für große α führt v_s/v_p zu deutlich höheren β -Werten als v_p .

Das Filmmodell kann also schon zu einem konsistenten Bild der Schmelzverteilung und -konzentration unter Island führen. Auf Grund des unterschiedlichen Verhaltens des Modulabfalls und der Leitfähigkeit mit der Tiefe (Tab. 14a.) ist in den beiden Tiefenbereichen mit deutlich unterschiedlicher Schmelzgeometrie und -konzentration zu rechnen. Nach dem Filmmodell könnte also in Tiefen grob zwischen 10 und 14 km mit $\alpha > 0.1$, $\beta > 10\%$, zwischen 14 und 20 km mit $\alpha > 0.1$, $\beta > 5\%$ und in dem darunter liegenden anomalen Mantel mit $\alpha < 0.01$ und $\beta < 2\%$ zu rechnen sein.

Diesem eben besprochenen Film- bzw. Ellipsoidmodell lag jedoch die Annahme zugrunde, daß das Schmelzsystem vollständig zusammenhängend sei. Berücksichtigt man dagegen einen von α und β abhängigen Verbundenheitsgrad (vgl. Kap. 3.4. und 4.4.2.), so lassen sich wieder jeweils für die $\Delta M/M_0 - G_{\text{eff}}$ -Datenpaare aus den unterschiedlichen Tiefenbereichen (Tab. 14) Isolinien im T- β -Diagramm konstruieren, längs denen sich das Querverhältnis ändert. Abb. 115 zeigt diese Kurven, einmal mit $\Delta M/M_0$ für den unrelaxierten (durchgezogenen), einmal für den relaxierten (gestrichelten) Fall. Die Punkte kennzeichnen das jeweils geltende Querverhältnis. Man be-

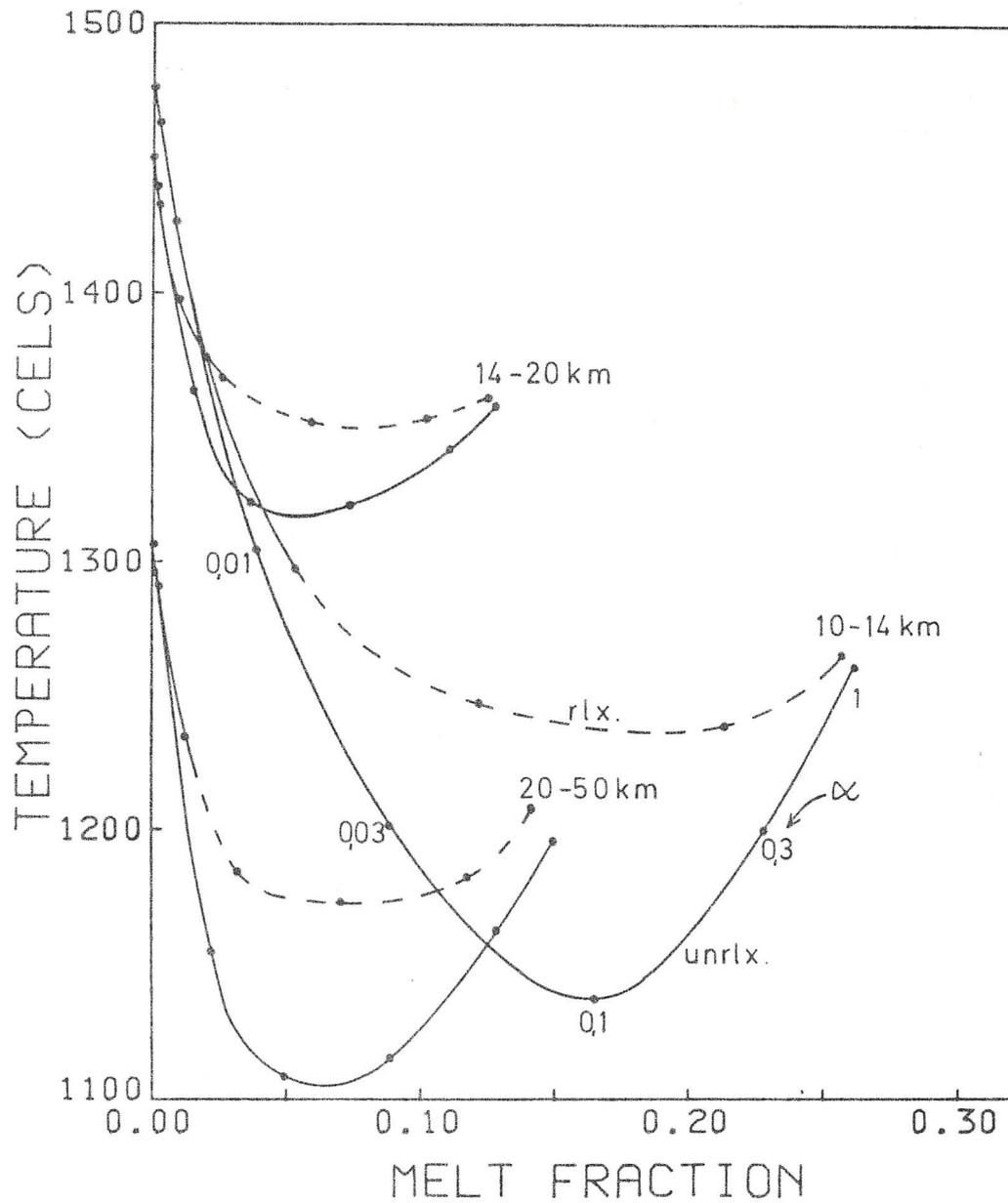


Abb. 115: Kurven gleicher $\Delta M/M_0 - \sigma_{eff}$ -Daten für die drei Tiefenbereiche aus Tab. 14 b für film- und ellipsoidförmige Inklusionen unter Berücksichtigung eines von α und β abhängigen Verbundenheitsgrades. Gestrichelte Kurven gelten für den relaxierten, durchgezogene Linien für den unrelaxierten Fall.

achte den im Vergleich zu Abb. 113 unterschiedlichen Maßstab in β .

Bei kleinem α macht sich der z.T. herabgesetzte Verbundenheitsgrad kaum bemerkbar, die Kurven folgen weitgehend den HS+-Kurven aus Abb. 113. Der bei größerem α abnehmende Verbundenheitsgrad führt dann jedoch dazu, daß die Kurven ansteigen. Für die 20 - 50 km - Kurve reicht dieser Anstieg offensichtlich nicht aus, um in einen für entsprechende Schmelzkurven (Abb. 4) gültigen Temperaturbereich ($> 1200^\circ\text{C}$) zu gelangen. Im Unterschied dazu führt der Anstieg bei den 14 - 20 km - Kurven dazu, daß die Temperaturen immer höher als die der entsprechenden Schmelzkurven ($< 1300^\circ\text{C}$) bleiben. Lediglich die 10 - 14 km - Kurven erreichen zwischen 10% und 20% Schmelze Temperaturen, die vergleichbar mit entsprechenden Schmelztemperaturen sind.

Als eine weitere Möglichkeit bei film- oder ellipsoidförmigen Inklusionen kommt eine breite Verteilung von Querverhältnissen in Betracht. Dieser Fall wurde nicht extra abgebildet, der Effekt wird jedoch durch Vergleich mit Abb. 105 klar: die Kästchen in Abb. 113 bzw. die Punkte in Abb. 115 bleiben in ihrer Lage bzgl. der β -Achse erhalten, sie verschieben sich jedoch wegen des bei breiterer α -Verteilung flacheren Verlaufs der σ_{eff} -Kurven mit ansteigendem β zunehmend nach oben. Dies würde z.B. für den Kasten mit $\alpha = 0.03$, $\sigma_{\text{eff}} = 0.02\text{S/m}$, $\beta \approx 4\%$ (20 - 50 km Tiefe) dazu führen, daß er bei einer drei Dekaden breiten Verteilung zwischen 1200°C und 1300°C , also in einen vernünftigen Temperaturbereich, zu liegen kommt. Im Unterschied hierzu sollte die α -Verteilung für die Datenpaare für 10 - 20 km Tiefe nicht so breit sein, da sonst für alle möglichen β zu hohe Temperaturen resultieren. Andererseits sind für die angegebenen (dann repräsentativen) $\alpha' \geq 0.1$ auch keine sehr breiten Verteilungen unterhalb $\alpha = 1$ mehr möglich.

Als nächstes wurde das Kanalmodell auf die Daten angewendet. Abb. 116 zeigt für die Kanalquerschnitte spitzkantig bis rund (0 bis ∞) die aus der Leitfähigkeit und dem v_p -Abfall folgenden Schmelzanteile und Temperaturen für die drei Tiefenbereiche aus Tab. 14 b. Man beachte wieder den veränderten Maßstab für β im Vergleich zu Abb. 113. Man erkennt, daß für den Tiefenbereich 20 - 50 km (0.02S/m) Temperaturen resultieren ($< 1100^\circ\text{C}$), die deutlich unterhalb

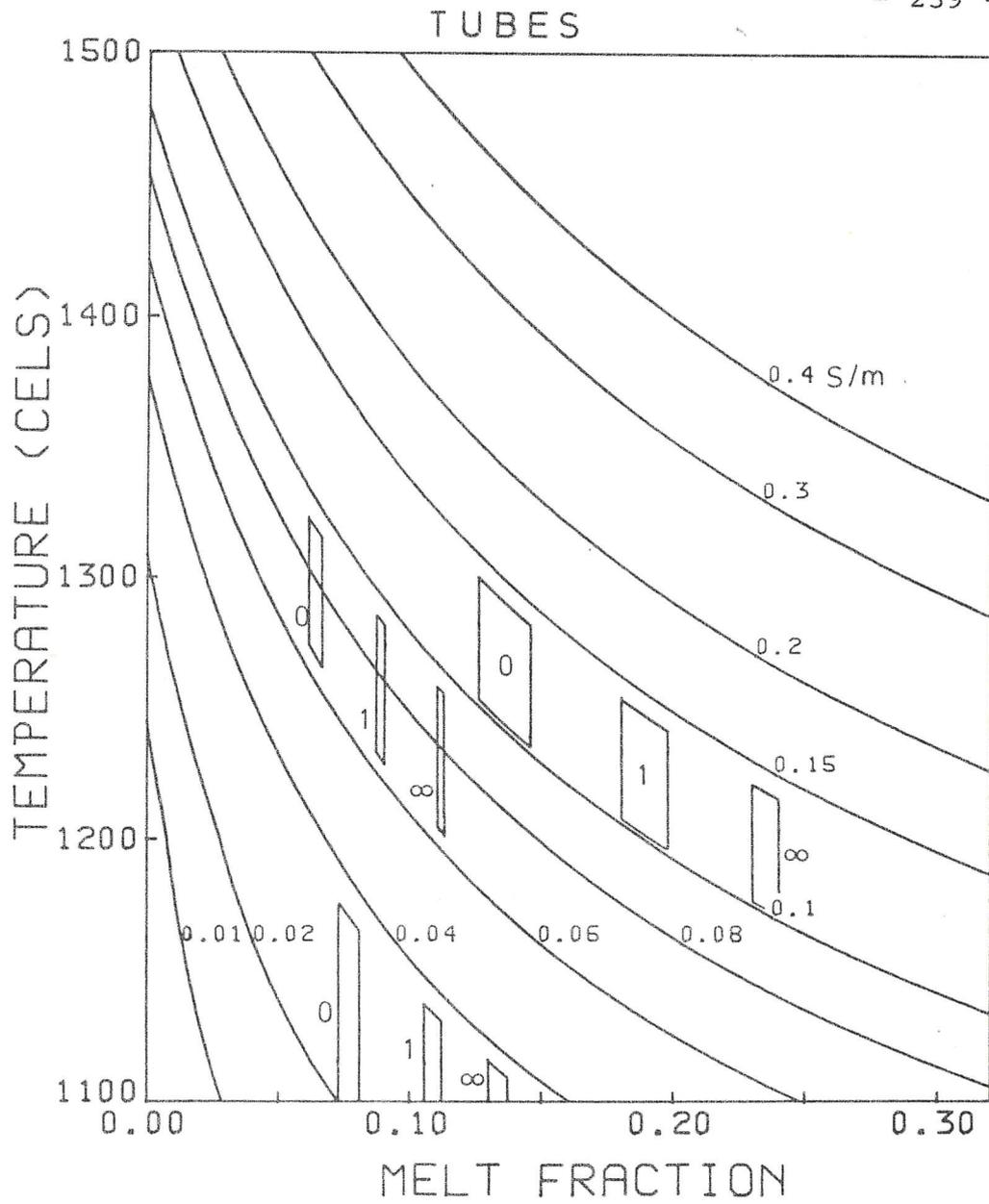


Abb. 116: Wie Abb. 113, jedoch für Kanalinklusionen mit spitzkantigem (0) bis kreisförmigem (∞) Querschnitt.

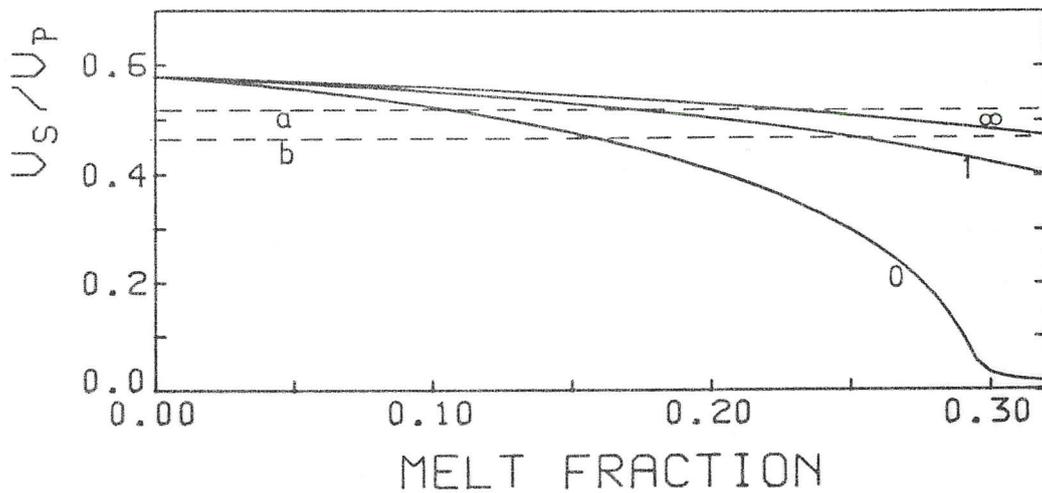


Abb. 117: Wie Abb. 114, jedoch für Kanalinklusionen.

einer realistischen Schmelzkurve liegen. Für die beiden Tiefenbereiche zwischen 10 und 20 km ergeben sich dagegen Temperaturen zwischen 1100°C und 1200°C und Schmelzkonzentrationen zwischen 6% und 25%. Nach Abb. 4 wird dieser T - β -Bereich von möglichen realistischen Schmelzkurven abgedeckt, das Kanalmodell ist also für diese Tiefen nicht auszuschließen.

Aus Abb. 117 geht hervor, daß der beobachtete v_s/v_p -Abfall für den Tiefenbereich 20 - 50 km größere Schmelzkonzentrationen liefert, als der v_p -Abfall allein (Abb. 116). Dagegen ist eine Übereinstimmung für den Tiefenbereich 10 - 14 km zu erkennen.

Bei Kanälen ist ebenfalls eine Verteilung von Kanalquerverhältnissen α_{Ka} möglich. Wie bei Filmen wird eine breite α_{Ka} -Verteilung die Kästchen in Abb. 116 vertikal nach oben verschieben. Für die Tiefenbereiche zwischen 10 und 20 km würden dann Temperaturen $> 1300^{\circ}\text{C}$ resultieren, während die für 20 - 50 km geltende 0.02 S/m-Kurve bei einer z.B. drei Dekaden breiten α_{Ka} -Verteilung bis zu einem β von 13% oberhalb von 1200°C liegen würde.

Es folgt also aus dem Kanalansatz, daß man im Tiefenbereich 20 - 50 km nur mit Kanälen rechnen kann, wenn die α_{Ka} -Verteilung sehr breit (≥ 3 Dekaden) ist. Es resultieren dann Schmelzkonzentrationen um 10%. Im Tiefenbereich 10 - 20 km sind Kanäle dagegen nur dann möglich, wenn α_{Ka} konstant ist oder nur eine enge Verteilung aufweist. In diesem Fall können Schmelzkonzentrationen von über 20% vorkommen.

Als letzte Möglichkeit soll noch kurz die Überlagerung verschiedener Geometrien angeschnitten werden. Aus den in Abb. 107 - 109 dargestellten Kurven und den in Abb. 113, 115 und 116 abzulesenden T - β -Werten für die Film-, Kugel- und Kanalgeometrien (Kanalquerschnitte spitzkantig) können die möglichen Bereiche für Überlagerungen abgeschätzt werden (Abb. 118). Es wurden hierbei nur die unrelaxierten Moduli in Betracht gezogen, für den relaxierten Fall verlagern sich die Bereiche etwas nach links oben. Für Filme wurde $\alpha = 0.01$ gewählt, eine leichte Variation von α würde eine signifikante Verlagerung der linken Eckpunkte der eingezeichneten Dreiecke bewirken.

Es scheint so, daß eine solche Anhebung von α für die 10 - 20 km Bereiche, eventuell verbunden mit einer Verbreiterung der α -

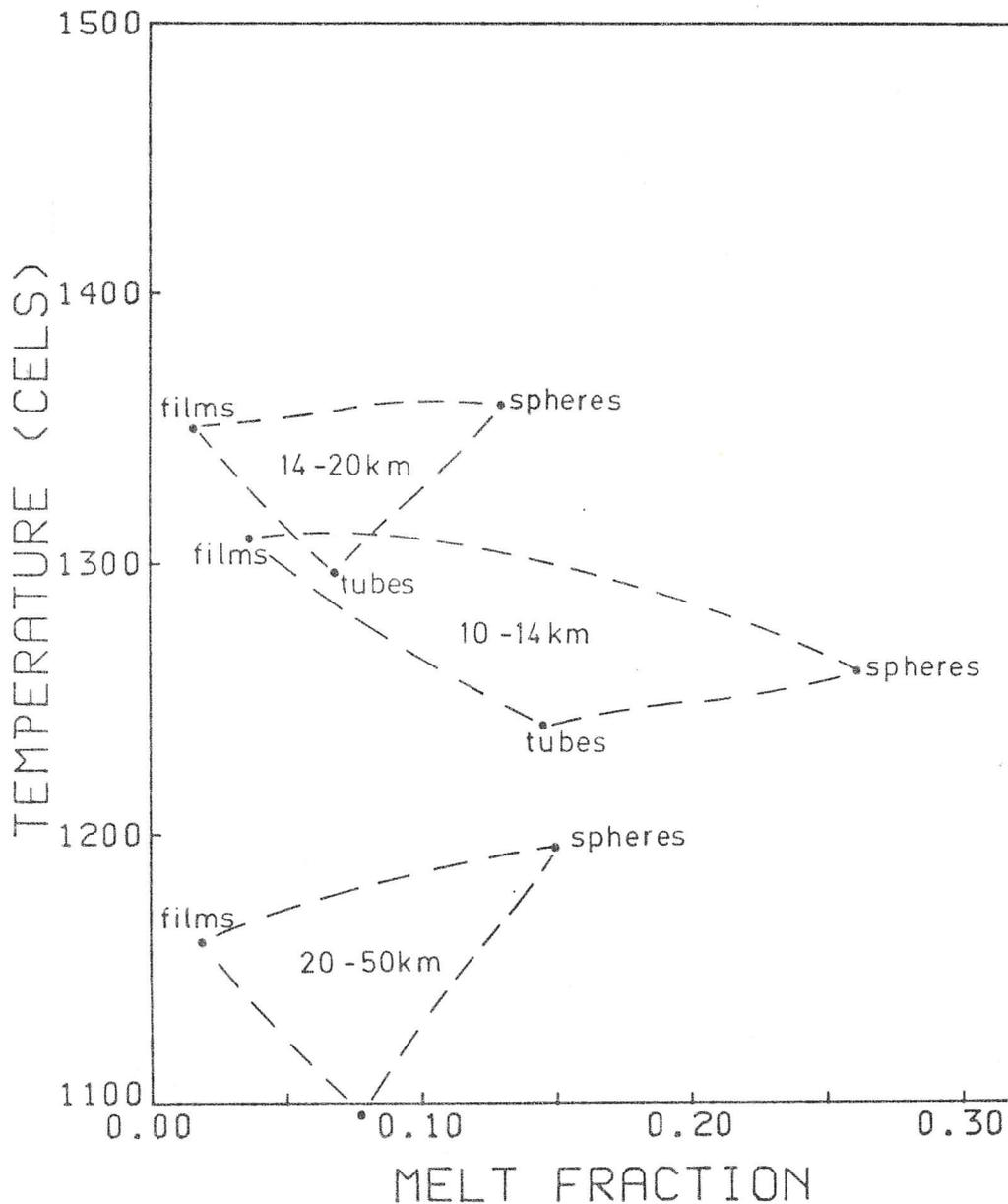


Abb. 118: Abschätzung der für die Daten aus Tab. 14 möglichen T- β -Bereiche bei Überlagerungen von Filmen ($\alpha = 0.01$), Kanälen (spitzkantig) und Kugeln (mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad).

oder α_{Ka} -Spektren für den 20 - 50 km - Bereich, die einzige Möglichkeit darstellt, eine mit der Tiefe abnehmende Temperatur zu vermeiden. Es wird weiterhin deutlich, daß durch eine Überlagerung mit kompakten Schmelzinklusionen ein signifikanter Anstieg der Schmelzkonzentration erreicht werden kann.

Es können nun die hier gefundenen Ergebnisse zusammengefaßt werden. Die beobachteten Werte für den Tiefenbereich 20 - 50 km (Tab. 14) lassen sich durch Schmelze am besten erklären, wenn man dünne Filme mit einem möglicherweise herabgesetzten Verbundenheitsgrad und einer relativ breiten Verteilung von Querverhältnissen an-

nimmt, wobei als Spezialfall die Film-Kugel-Überlagerungen mit eingeschlossen sind. Für Schmelzkonzentrationen $> 5\%$ wird es mit Hilfe der benutzten Modelle jedoch zunehmend schwieriger, zu realistischen Schmelztemperaturen zu gelangen. Weiterhin nimmt für solche Schmelzanteile die Übereinstimmung der β -Werte, resultierend aus dem v_p - und dem v_s/v_p -Abfall ab; dies steht im Widerspruch zu der Interpretation von Gebrande et al. (1980) und wird weiter unten diskutiert.

Für den Bereich 10 - 14 km, für den hohe Leitfähigkeiten und ein starker v_p -Abfall zu erklären waren, resultieren bei allen Modellen vernünftige Schmelztemperaturen um 1200°C ($\pm 100^\circ\text{C}$) und Schmelzkonzentrationen zwischen 10% und 20%. Man wird davon ausgehen können, daß ein hoher Verbundenheitsgrad vorliegt. Dünne Filme ($\alpha \leq 0.01$) als vorherrschende Geometrie dürften auszuschließen sein. Welche spezielle geometrische Verteilung jedoch vorliegt, läßt sich ohne Zusatzinformationen, wie z.B. durch die Relaxationsstärke, nicht sagen.

Für den Bereich 14 - 20 km schließlich, für den im Vergleich zum darunter liegenden Mantel sehr viel höhere Leitfähigkeiten, jedoch ähnliche v_p -Abfälle erklärt werden sollten, resultieren in fast allen Modellen (außer bei vollständig verbundenen, kompakten Ellipsoiden) höhere Temperaturen als für den 20 - 50 km-Bereich. Um eine mit der Tiefe zunehmende Temperatur zu erhalten, wäre höchstens folgende spezielle Kombination denkbar: die Schmelze ist im anomalen Mantel in extrem dünnen Filmen verteilt, während sie oberhalb 20 km Tiefe in vollständig zusammenhängenden, gleich großen, im Querschnitt abgestumpften bis kreisförmigen Kanälen vorkommt. Es ist jedoch auch zu erwägen, die gesamte Schicht erhöhter Leitfähigkeit ($\geq 0.08 \text{ S/m}$) mit dem Kanal erniedrigter v_p -Geschwindigkeit ($\leq 6 \text{ km/s}$) zu identifizieren. Wie aus Abb. 111 hervorgeht, spricht die Tiefenlage dieser beiden Schichten für eine solche Interpretation, lediglich ihre Dicken weichen etwas voneinander ab.

Die hier aufgestellten Schlußfolgerungen sollen nun mit zwei veröffentlichten Abschätzungen über die Schmelzverteilung unter Island verglichen werden. Thayer et al. (1981) interpretieren Leitfähigkeitstiefenverteilungen, die sie aus magnetotellurischen Messungen in der jungvulkanischen Zone in NO-Island erhalten haben

(und die vergleichbar mit der Verteilung 1 in Abb. 111 rechts sind), durch Leitfähigkeitsmodelle für Kanäle und Filme (Glg. 4.5 und 4.3) und durch das modifizierte Archie-Gesetz (4.8). Im Unterschied zur hier durchgeführten kombinierten Interpretation seismischer, (gravimetrischer) und elektrischer Daten beschränken sich Thayer et al. auf die Leitfähigkeitsdaten allein. Für den Leitfähigkeitskontrast zwischen der Schmelz- und Festkörper-Leitfähigkeit benutzen sie ein für 1200°C typisches konstantes σ_f/σ_o -Verhältnis von 100 bzw. setzen $\sigma_o=0$ für größere Tiefen. Für die gut leitende Schicht zwischen 10 und 15 km Tiefe resultieren bei Thayer et al. Schmelzkonzentrationen $< 7.5\% - 15\%$ bzw. $< 20\%$, je nachdem, ob das zusammenhängende Film- oder Kanalmodell oder das Archie-Gesetz (das als repräsentativ für ein Kanalsystem mit herabgesetztem Verbundenheitsgrad angesehen wurde) angenommen wurde. Diese Werte stimmen gut mit den hier gefundenen Ergebnissen überein, wenn auch nicht unterschieden werden kann, ob die Schmelze in Kanälen oder in (nicht zu) flachen bis kompakten, weitgehend zusammenhängenden Schmelzinklusionen vorkommt. Für die größeren Tiefenbereiche (> 15 km) kommen Thayer et al. für das Film- bzw. Kanalmodell auf β -Werte von 1.5% bzw. 3% . Aus dem modifizierten Archie-Gesetz folgen Schmelzanteile $< 10\%$. Die geringen Schmelzkonzentrationen ($< 3\%$) für Kanäle lassen sich nicht in Einklang mit dem starken v_p -Geschwindigkeitsabfall bringen. Die Werte $< 1.5\%$ für Filme stimmen dagegen mit der hier durchgeführten Interpretation überein, jedoch wurde oben gezeigt, daß auch etwas größere β -Werte (bis $\approx 5\%$) bei verteilten Querverhältnissen und z.T. nicht zusammenhängenden Schmelzfilmen möglich sind. Der letztere Fall dürfte im Prinzip dem als repräsentativ für ein Kanalsystem mit reduziertem Verbundenheitsgrad angesehenem, modifiziertem Archie-Gesetz entsprechen, das bei Thayer et al. allerdings zu höheren Schmelzkonzentrationen führt.

Schließlich soll nun die hier durchgeführte Interpretation mit der von Gebrande et al. (1980) verglichen werden. Im Gegensatz zu Thayer et al. gehen Gebrande et al. ausschließlich von seismischen Daten aus. Gebrande et al. führen für den anomalen Mantel einen Geschwindigkeitsabfall von $\Delta v_p = 1.09 - 1.39$ km/s (entsprechend $\Delta v_p/v_{p0} = 13\% - 17\%$) und einen v_s/v_p -Abfall von etwa 10% auf Schmelze zurück. Um Annahmen über die Schmelzgeometrie zu vermeiden, berechnen sie im Prinzip aus v_p und v_s/v_p den K-Modulabfall und zie-

hen zur Interpretation durch Schmelze die HS-Grenzen für K (Glg. 3.2.2, Abb 12) heran. Es resultieren dann Schmelzkonzentrationen zwischen 10% und 22.8%. Dies steht offensichtlich im Widerspruch zum hier gefundenen Ergebnis, nach dem im anomalen Mantel beliebig kleine Schmelzkonzentrationen (mit entsprechend kleinen Querverhältnissen) den Modulabfall aus Tab. 14 und den v_s/v_p -Abfall erklären können. Um diese beiden unterschiedlichen Interpretationsergebnisse miteinander vergleichen zu können, seien hier die Scher-, K- und M- ($=K+4/3\mu$) -Moduli in Abhängigkeit von den Beobachtungsdaten v_p/v_{p_0} und $(v_s/v_p)/(v_{s_0}/v_{p_0})$ dargestellt:

$$K = \left(\frac{v_p}{v_{p_0}} \right)^2 \frac{\varrho}{\varrho_0} \left(1 + \frac{1 - \left(\frac{v_s/v_p}{v_{s_0}/v_{p_0}} \right)^2}{\frac{3}{4} \left(\frac{v_{p_0}}{v_{s_0}} \right)^2 - 1} \right) K_0 \quad (7.4)$$

$$\mu = \left(\frac{v_p}{v_{p_0}} \right)^2 \frac{\varrho}{\varrho_0} \left(\frac{v_s/v_p}{v_{s_0}/v_{p_0}} \right)^2 \mu_0 \quad (7.5)$$

$$M = \left(\frac{v_p}{v_{p_0}} \right)^2 \frac{\varrho}{\varrho_0} M_0 \quad (7.6)$$

Die mit 0 gekennzeichneten Größen stellen die des ungeschmolzenen normalen Materials dar. Ein Unterschied zwischen dem Ansatz von Gebrande et al. und dem hier durchgeführten besteht in der Berücksichtigung der Dichte. Während hier die in Glg. (7.6) auftretende Dichteabnahme ϱ/ϱ_0 für den anomalen Mantel direkt aus einer gravimetrischen Abschätzung stammt, und auch der v_p -Abfall über die Birch-Beziehung mit diesem Kontrast korrigiert wurde, reduzieren Gebrande et al. den v_p -Abfall mit Hilfe eines Temperaturkoeffizienten $\partial v_p / \partial T$ unter Annahme einer bestimmten Temperaturdifferenz zwischen normalem und anomalem Mantel.

Die quantitativen Unterschiede in der Interpretation durch Schmelze werden durch Abb. 119 deutlich, in der die relativen Moduli K/K_0 , μ/μ_0 und M/M_0 in Abhängigkeit von der v_p -Erniedrigung für verschiedene $(v_s/v_p)/(v_{s_0}/v_{p_0})$ -Abfälle dargestellt sind. Mit dem von Gebrande

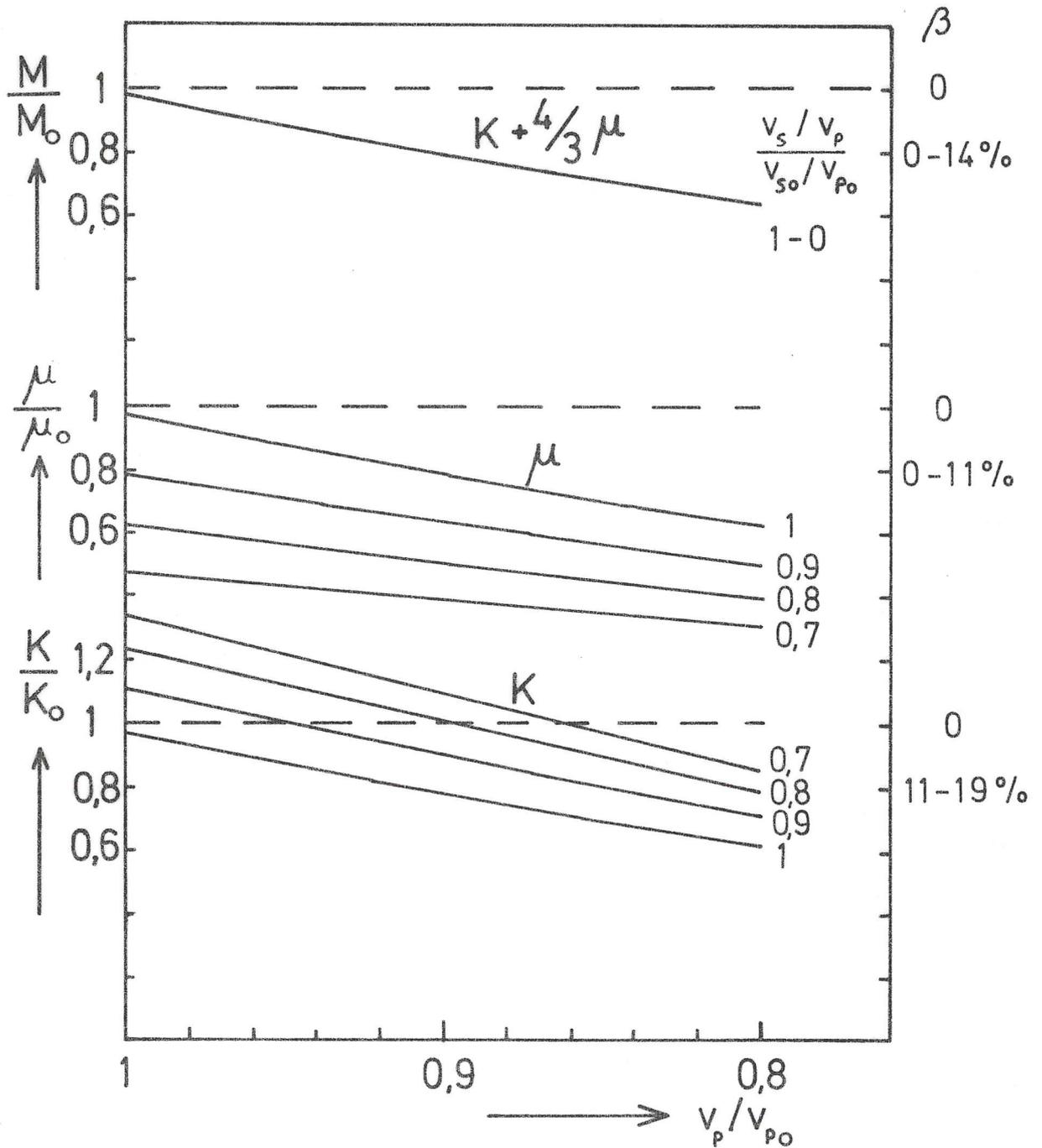


Abb. 119: Relativer Abfall der Moduli K , μ und $M = K + (4/3)\mu$ in Abhängigkeit vom v_p -Abfall für verschiedene $(v_s/v_p)/(v_{s0}/v_{p0})$ -Verhältnisse. Rechts sind die möglichen Schmelzkonzentrationen für 20% Modulabfall angegeben. Ein Dichteabfall von 3% ist mit berücksichtigt.

de et al. angenommenen v_p -Abfall von 13% - 17% und dem v_s/v_p -Abfall von $\approx 10\%$ ergibt sich für den K -Modul ein Abfall von 20% und ein entsprechend großer Schmelzanteil. Nach Tab. 12 wurde hier jedoch ein v_p -Abfall von etwa 10% und ein v_s/v_p -Abfall zwischen 10% und 20% der Schmelze zugeschrieben, so daß der resultierende K -Modulabfall zwischen 0% und 10% liegt. Aus den rechts angegebenen Schmelz-

konzentrationen wird deutlich, welche Auswirkungen dies auf β hat. Durch den im Vergleich zu μ und M steileren Verlauf der K-Kurven und die zusätzlich stärkere Abgängigkeit $\beta (K/K_0)$ - ein bestimmter relativer Modulabfall in K führt zu zwei- oder mehrfach so viel Schmelze wie einer in μ - führen Variationen von v_p und v_s/v_p über K zu sehr viel stärkeren Variationen in β , im Vergleich zu Berechnungen über μ oder M. Den Vorteil der beliebigen Schmelzgeometrie beim Ansatz über die HS-Grenzen in K erkaufte man sich also durch eine empfindliche Abhängigkeit des resultierenden β von v_p und v_s/v_p . Die hier durchgeführte Interpretation erfolgt nicht über K, sondern über den vom v_s/v_p -Verhältnis unabhängigen M-Modul, kombiniert mit der Leitfähigkeit. Die getrennte Bestimmung von β über den v_s/v_p -Abfall, z.B. durch Abb. 114, führte dann bis hinauf zu 5% Schmelze zu weitgehend übereinstimmenden β -Werten. Die Funktion $\beta(\alpha)$ für Filme, resultierend aus dem v_p -Abfall und die aus v_s/v_p hatten dabei einen ähnlichen Verlauf und divergierten erst für $\beta > 5\%$. Mit dem v_p -Abfall um 15% nach Gebrande et al. verlaufen die $\beta(\alpha)$ -Funktionen dagegen bis $\beta \approx 10\%$ leicht abweichend voneinander und schneiden sich erst zwischen 10% und 20% unter einem flachen Winkel. Die Bestimmung von β aus einer Kombination von v_p und v_s/v_p dürfte also relativ unsicher bleiben, solange man keine Zusatzinformationen wie die Leitfähigkeit oder die Relaxationsstärke berücksichtigt.

7.2.3. Zusammenfassung von Kapitel 7.2.

In Kap. 7.2. werden die in dieser Arbeit beschriebenen Schmelzmodelle auf seismische und geoelektrische Daten aus Island angewendet. Aus refraktionsseismischen Daten für den anomalen Mantel unter Island (Gebrande et al., 1980) ergibt sich im Vergleich zur normalen ozeanischen Lithosphäre unter Berücksichtigung einer aus der Freiluftschwere folgenden Geschwindigkeitskorrektur eine deutliche Erniedrigung von v_p , zu deren Erklärung partielle Schmelze in Frage kommt. Es werden außerdem Leitfähigkeitstiefenprofile für Island zusammengestellt (Beblo et al., 1983), nach denen an der Krusten-Mantel-Grenze ein deutliches Leitfähigkeitsmaximum (≥ 0.1 S/m), in tieferen Bereichen jedoch nur Werte um 0.02 S/m resultieren.

Auf diese, für unterschiedliche Tiefen geltenden Daten werden die Schmelzmodelle angewendet. Es ergeben sich, auch mit Berücksichtigung des beobachteten v_s/v_p -Verhältnisses (Gebrande et al., 1980) für den anomalen Mantel geringe Schmelzkonzentrationen ($< 5\%$) in dünnen Filmen, mit möglicherweise verteilten Querverhältnissen und herabgesetztem Verbundenheitsgrad. Für den 10 - 20 km - Tiefenbereich wird die Identifikation des beobachteten seismischen Kanals erniedrigter Geschwindigkeit ($v_p \leq 6$ km/s) mit der Schicht erhöhter elektrischer Leitfähigkeit vorgeschlagen. Es resultieren dann Schmelzkonzentrationen zwischen 10% und 20% und ein hoher Verbundenheitsgrad. Eine Differenzierung nach Schmelzgeometrie ist nicht möglich, es können lediglich dünne Filme als vorherrschende Geometrie ausgeschlossen werden.

Die Ergebnisse werden mit denen von Thayer et al. (1981), basierend nur auf Leitfähigkeitsdaten, verglichen. Die Übereinstimmung ist gut, die bessere Differenzierungsmöglichkeit nach Schmelzgeometrie durch die hier benutzte kombinierte seismisch - elektrische Interpretation wird deutlich.

Schließlich werden die hier gefundenen Ergebnisse mit der seismischen Interpretation von Gebrande et al. (1980) verglichen, aus der für den anomalen Mantel sehr viel höhere Schmelzkonzentrationen resultieren. Es wird gezeigt, daß die Bestimmung von β aus einer Kombination von v_p - und v_s/v_p -Daten relativ unsicher bleibt, solange man keine Zusatzinformationen wie die Leitfähigkeit berücksichtigt.

8. Allgemeine Diskussion, Schlußfolgerungen und Ausblicke

In diesem Kapitel folgen allgemeine Schlußbemerkungen, für spezielle Diskussionen und Ergebnisse der einzelnen Modelle und Interpretationen von Daten sei auf die entsprechenden Kapitel oder Zusammenfassungen verwiesen.

Es sollte in dieser Arbeit ein umfassender Interpretationssatz von Schmelzmodellen aufgestellt werden, der, angewendet auf entsprechende Daten aus thermisch anomalen Mantelregionen, zu sinnvollen Aussagen über deren physikalischen Zustand, speziell über die Schmelzkonzentration, die Schmelzverteilung und die Temperatur führen sollte.

Es wurde versucht, ein möglichst breites Spektrum von Schmelzgeometrien und Verteilungen sowohl unter dem Aspekt der An/Elastizität, als auch unter dem der elektrischen Leitfähigkeit zu betrachten. Es ist klar, daß diesem Anspruch Grenzen durch die mathematischen Beschreibungsmöglichkeiten gesetzt sind. Abgesehen von dem von Mavko (1980) entwickelten Kanalmodell weisen die Inklusionen der hier behandelten Schmelzmodelle z.B. nur eine konvexe Krümmung auf. Würde man dagegen Inklusionen mit z.T. konkaven Flächen, wie beispielsweise tetraederähnliche Schmelztaschen in Kornzwickeln oder Filme mit spitzzulaufenden Kanten, betrachten, so dürften diese zu einer stärker herabgesetzten Elastizität führen. Welches Ausmaß dieser Effekt haben kann, läßt sich leicht durch Vergleich der elastischen Lösungen für Kanäle verdeutlichen, die einmal für einen runden und einmal für einen spitzkantigen Querschnitt berechnet wurden (siehe Kap. 3.2.1).

Behält man diesen Aspekt im Auge, so dürften jedoch mit der Behandlung von Schmelzfilmen, Kanälen und ellipsoid- bis kugelförmigen Inklusionen zumindest grob die in der Natur möglichen Konfigurationen abgedeckt sein. Zu diesen Schmelzgeometrien wurden dann noch die Möglichkeiten eines nicht vollständigen Verbundenheitsgrades, verteilter Querverhältnisse und Überlagerungen verschiedener Geometrien betrachtet. Hieraus ergaben sich dann eine Vielzahl von Parametern, die sich z.T. unterschiedlich auf die beobachtbaren Größen wie seismische Geschwindigkeiten, Absorption oder Leitfähigkeit auswirken und so eine Differenzierung der Modelle ermöglichen.

Es ergaben sich aus den behandelten Modellen eine Reihe von Schlußfolgerungen, die in den einzelnen Kapiteln und deren Zusammenfassun-

gen nachzulesen sind. Es sollten jedoch trotzdem hier drei davon erwähnt werden:

Einem möglicherweise herabgesetzten Verbundenheitsgrad in einem Schmelzsystem sollte mehr Beachtung geschenkt werden, da er sich bei Schmelzkonzentrationen, die zu gemäßigt herabgesetzten elastischen Moduli führen, schon deutlich bemerkbar machen kann (zumindest bei film- oder ellipsoidförmigen Inklusionen). Ein solcher herabgesetzter Verbundenheitsgrad kann zu Leitfähigkeiten führen, die verträglich mit dem Archie-Gesetz sind.

Weiterhin scheint interessant zu sein, daß bei Überlagerungen verschiedener Schmelzgeometrien dem Q^{-1} für Kompression eine beachtliche Bedeutung zukommen kann. In Kap. 3.5.3. wird diskutiert, unter welchen Bedingungen das Q_K^{-1} die gleiche Größenordnung wie Q_μ^{-1} für Scherung erreichen kann.

Als sehr zweckmäßig erwies sich die Darstellung der Relaxationsstärke Δ in Abhängigkeit vom unrelaxierten abnehmenden Modul M_u . Es werden hierbei die Auswirkungen der unterschiedlichen Schmelzgeometrien deutlich. Während sich bei unendlich dünn angenommenen Schmelzfilmen (O'Connell und Budiansky, 1977) ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Δ und M_u ergibt, führt die Berücksichtigung endlicher Filmdicken (bis hin zu kugelförmigen Inklusionen) bei konstantem M_u mit zunehmendem Querverhältnis zu abnehmenden Relaxationsstärken. Anders ausgedrückt, bei gleicher unrelaxierter seismischer Geschwindigkeitserniedrigung läßt sich eine niedrige Relaxationsstärke oder Absorption durch Inklusionen mit großen Querverhältnissen und Schmelzkonzentrationen erklären, während für hohe Relaxationsstärken kleine Querverhältnisse und Schmelzkonzentrationen verantwortlich sein können.

Bei der Anwendung der Schmelzmodelle auf Beobachtungsdaten zeigte es sich als sehr vorteilhaft, den an/elastischen und elektrischen Modellen gleiche Bedeutung zuzumessen und sie bei den Interpretationen von Daten miteinander zu verknüpfen. Hierbei wurden für die jeweils gleichen geometrischen Schmelzverteilungen die An/Elastizitätsmodelle mit den Leitfähigkeitsmodellen zusammengefaßt. Es war dann z.T. möglich, durch systematische Variationen der Schmelzverteilungen zusammengehörige seismische und elektrische Daten kombiniert miteinander zu interpretieren. Durch eine Zusatzinformation wie der Schmelzkurve $\beta(T)$ oder realistischen Schmelztemperaturen konnte der Parameterraum für die einzelnen geometrischen Verteilungen

drastisch eingeschränkt werden oder bestimmte Schmelzgeometrien ganz ausgeschlossen werden. Es ergaben sich dann z.T. zwingende Schlußfolgerungen für den Schmelzzustand der betrachteten Regionen.

Um den in dieser Arbeit aufgestellten Satz von Schmelzmodellen auf thermisch anomale Mantelbereiche anzuwenden, sollten die Beobachtungen im wesentlichen folgende Voraussetzungen erfüllen: die seismische(n) Geschwindigkeit(en) sollten relativ zu ungeschmolzenen Mantelregionen gegeben sein. Die damit zusammenhängenden lokal unterschiedlichen Temperatur- und Druckbedingungen sollten berücksichtigt werden können, z.B. über die Dichte und die Nafe-Drake-Birch-Beziehung. Liegen Q-Daten vor, so lassen sich die Modellergebnisse über die Relaxationsstärke bei geeigneten Annahmen über die Breite der Absorptionsbänder hinzuziehen. Da bei hohen Temperaturen Festkörperrelaxation häufig dominiert, kann die gemessene Absorption zumindest als eine obere Schranke für Relaxation durch partielle Schmelze dienen. Um einen beobachteten Geschwindigkeitsabfall allein auf Schmelze zurückführen zu können, läßt sich mitunter die auf Festkörpermechanismen beruhende Erniedrigung durch Abschätzung des unrelaxierten Geschwindigkeitsabfalls eliminieren. Neben der erforderlichen spezifischen elektrischen Leitfähigkeit aus der anomalen Region sollten schließlich Abschätzungen über die Leitfähigkeiten des ungeschmolzenen Gesteins und über die Schmelze möglich sein.

Auf Gebiete, in den mit gut leitenden Gesteinskomponenten, wie z.B. Erzen oder Graphit bzw. mit zirkulierenden Wässern gerechnet werden muß, sollten die Modelle nicht angewendet werden, wenn man Aussagen über partielle Schmelze machen will.

Die hier durchgeführte Untersuchung soll nicht abgeschlossen werden, ohne Ausblicke auf zukünftige und wünschenswerte Forschungs- und Anwendungsgebiete zu geben.

Als Fortführung der hier behandelten Modelle wäre in Anlehnung an das Filmmodell von O'Connell und Budiansky (1977) eine viskoelastische Analyse der hier betrachteten Schmelzgeometrien denkbar. Hierdurch wäre eine explizite Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit möglich. Den hierbei auftretenden Schmelzviskositäten müßte gerade bei Temperaturen um die Solidustemperatur und/oder bei geringen Filmdicken besondere Beachtung geschenkt werden, Laborexperimente dazu wären wünschenswert.

In dieser Arbeit wurde als Schmelzrelaxationsmechanismus im wesentlichen die Flüssigkeitsströmung betrachtet. Während die Scherrelaxa-

tion bei Schmelzfilmen schon in einer Reihe von Veröffentlichungen behandelt wurde, wären theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Relaxation durch Phasenübergänge fest-flüssig in Abhängigkeit von der Schmelzgeometrie wünschenswert, insbesondere im Hinblick auf die zu erwartenden hohen Q_K^{-1} -Werte.

Der Anisotropie bei Flüssigkeitsinklusionen, die unter elastischen Aspekten bisher nur von Anderson et al. (1974) behandelt wurde, könnte mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Hierbei wäre auch die in Kap. 2. erwähnte abwechselnde Schichtung von Bereichen mit isolierten und solchen mit verbundenen Schmelzinklusionen in einem gravitativen Feld (Waff, 1980) zu nennen, die zu einer deutlichen vertikal-horizontalen Anisotropie in der Leitfähigkeit führen müßte.

Schließlich seien als mögliche weitere Anwendungsgebiete für die aufgestellten Modelle u.a. genannt: das Afar-Gebiet, der Ost-Afrikanische Graben, das Rio-Grande-Rift, Yellowstone und die Eifel, wobei im letzteren Gebiet noch tiefenabhängige Leitfähigkeitsbestimmungen wünschenswert wären.

Liste der Variablen

Es folgt eine Liste von wichtigen Variablen und Indizes, die jeweils in mehr als einem Abschnitt vorkommen:

Variable:

- a : große Halbachse der Ellipsoide oder Risse
A : Rißfläche
b : mittlere Halbachse der Ellipsoide oder Risse
c : kleine Halbachse der Ellipsoide, halbe Filmdicke
d : Kanallänge; Kantenlänge von Gesteinskörnern
 e_{ij} : Dehnungstensor
e : 1) Dehnung
2) Strukturkonstante im Netzwerk (Kap. 4.1.)
f : Frequenz
G : Faktor, der die effektive Leitfähigkeit bei bei verteilten Elementleitfähigkeiten beschreibt (Kap. 4.3.)
K : Kompressionsmodul
M : 1) komplexer Modul ($= M_1 + iM_2$) (Kap. 3.1.)
2) allgemein Modul (Linearkombination aus μ, K)
3) $M = K + 4/3 \mu$, Modul für p-Wellen (Kap. 7.2.)
 \bar{n} : mittlere Anzahl von Nachbarinklusionen, zu der eine direkte Verbindung besteht (Kap. 3.4.)
 n_{\max} : mittlere Anzahl von Nachbarinklusionen, ab der das Schmelzsystem als vollständig verbunden betrachtet werden kann
p : Umgebungsdruck
P : 1) Ellipsenumfang
2) Wahrscheinlichkeit in einem Widerstandsnetzwerk, daß ein Widerstand vorhanden ist
 P_f : Wahrscheinlichkeit, daß in einem durch ein Widerstandsnetzwerk approximierten Schmelzsystem eine Inklusion eine vorhandene Leitfähigkeitsbrücke darstellt (Glg. 4.21)
Q : Akustischer Gütefaktor
 Q_{sei} : seismisches Q
r : Entfernung
 $R; R_m$: Widerstand; arithmetisches Mittel aus allen R_i
t : Zeit
T : Temperatur
u : Verschiebung
v : Wellengeschwindigkeit
V : 1) Volumen
2) Verteilungsfunktion der Querverhältnisse (α) oder Relaxationszeiten (τ)
Vb : Verbundenheitsgrad (mittlere Wahrscheinlichkeit einer Inklusion, mit mindestens einer Nachbarinklusion in Verbindung zu stehen) (Kap. 3.4.)

Y, Y_m, \bar{Y}	: Leitfähigkeit, arithmetisches bzw. geometrisches Mittel aller Y_i
α	: Querverhältnis bei Ellipsoiden oder Filmen (= c/a)
α'	: repräsentatives Querverhältnis bei α -Verteilungen (Glg. 3.2.12)
$\tilde{\alpha}$: äquivalentes Querverhältnis bei einer bimodalen Verteilung unter Beibehaltung von β und der Anzahl der Inklusionen
β	: Schmelzkonzentration
β_c	: kritisches β , ab dem mit vollständiger Grenzflächenbenetzung zu rechnen ist
γ	: Exponent der Frequenzabhängigkeit von Q
δ	: Varianz der Widerstände in einem Netzwerk
δ_y	: Varianz der Leitfähigkeiten in einem Netzwerk
ε	: Rißhäufigkeitsdichte (Glg. 3.4.13)
ϵ	: Kanalquerschnittsparameter (Abb. 14)
η	: Viskosität
θ'	: relative Volumenänderung von Inklusionen, je nach Index trocken oder gesättigt
θ	: scheinbare Kompressibilität von Inklusionen
μ	: Schermodul
ν	: Poissonkonstante
ρ	: Dichte
ρ'	: spezifischer elektrischer Widerstand
σ_{ij}	: Spannungstensor
σ	: 1) spezifische elektrische Leitfähigkeit 2) Spannungsfunktion in Kap. 3.1.
τ	: Relaxationszeit
ω	: Kreisfrequenz
δM	: Moduldefekt ($M_u - M_r$)
Δ	: Relaxationsstärke ($\delta M / M_r$)
Δ'	: $(M_u - M_r) / (2 \sqrt{M_u M_r})$
Δ'_μ	: $(\mu_u - \mu_r) / (2 \sqrt{\mu_u \mu_r})$
Δ'_K	: $(K_u - K_r) / (2 \sqrt{K_u K_r})$
ΔM	: Modulabfall $M_o - M$
$\Delta \mu$: Schermodulabfall $\mu_o - \mu$
Δv	: Geschwindigkeitsabfall $v_o - v$

Indizes:

d	: trockene Poren
eff	: effektiv
El	: Ellipsoidinklusion

f	:	Flüssigkeit, Schmelze
F	:	Filminklusion
HS+,HS-	:	obere bzw. untere Hashin-Shtrikman-Grenze
i	:	isoliert in Zusammenhang mit β
iso	:	bei $\bar{\sigma}$: isolierte Ellipsoidinklusionen
K	:	Kompression
Ka	:	Kanal
Ku	:	Kugel
o	:	ungestörtes Gestein, Matrix
p	:	p-Wellen
r	:	relaxiert
s	:	1) gesättigt 2) Scherwellen (bei v, Q)
u	:	unrelaxiert
v	:	bei β : verbundener Anteil der Schmelze
1	:	1) Inklusion 2) Realteil
μ	:	Scherung

Anhang A

Es werden die Bestimmungsgleichungen für e_{ij}^t (3.3.26) angegeben, wie sie von Eshelby (1957) folgen. Da die Komponenten von S_{ijkl} durch die unterschiedliche Scherkomponenten, oder Scher- und Normalkomponenten der Dehnungen e_{ij}^c und e_{ij}^t miteinander verknüpft werden, identisch gleich Null sind, folgt für die Scherkomponenten aus (3.3.26) mit (3.3.22) (es wird hier die Summationskonvention fallengelassen)

$$e_{ij}^t = \frac{\mu - \mu_1}{2(\mu_1 - \mu)S_{ijij} + \mu} e_{ij}^a \quad (A1)$$

Für die Normalkomponenten ergibt sich aus (3.3.26) und (3.3.22) mit λ , λ_1 als Lamésche Konstanten ($\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$) folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} e_{11}^t (A(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{1111} + \lambda + 2\mu) + e_{22}^t (B(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{1122} + \lambda) \\ + e_{33}^t (C(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{1133} + \lambda) = D + 2(\mu - \mu_1) \cdot e_{11}^a \\ e_{11}^t (A(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{2211} + \lambda) + e_{22}^t (B(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{2222} + \lambda + 2\mu) \\ + e_{33}^t (C(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{2233} + \lambda) = D + 2(\mu - \mu_1) e_{22}^a \\ e_{11}^t (A(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{3311} + \lambda) + e_{22}^t (B(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{3322} + \lambda) \\ + e_{33}^t (C(\lambda_1 - \lambda) + 2(\mu_1 - \mu)S_{3333} + \lambda + 2\mu) = D + 2(\mu - \mu_1) e_{33}^a \end{aligned} \quad (A2)$$

mit $A = S_{1111} + S_{2211} + S_{3311}$, $B = S_{1122} + S_{2222} + S_{3322}$, $C = S_{1133} + S_{2233} + S_{3333}$,
 $D = (\lambda - \lambda_1)(e_{11}^a + e_{22}^a + e_{33}^a)$

Um die Komponenten des Tensors S_{ijkl} anzugeben, werden die Halbachsen des Ellipsoids $a \geq b \geq c$ mit $a = a_1$, $b = a_2$, $c = a_3$ bezeichnet (keine Summationskonvention):

$$S_{iiii} = G a_i^2 I_{ii} + H I_i \quad (A3)$$

$$S_{iijj} = G a_j^2 I_{ij} + H I_i \quad (A4)$$

$$S_{ijij} = \frac{1}{2} G (a_i^2 + a_j^2) I_{ij} + \frac{1}{2} H (I_i + I_j) \quad (A5)$$

$$I_{ij} = I_{ji}$$

$$G = \frac{3}{8\pi(1-\nu)} \quad ; \quad H = \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)}$$

Mit $a > b > c$ lassen sich die I berechnen:

$$I_1 = \frac{4\pi a b c}{(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)^{1/2}} (F - E) \quad (\text{A6})$$

$$I_3 = \frac{4\pi a b c}{(b^2 - c^2)(a^2 - c^2)^{1/2}} \left(\frac{b(a^2 - c^2)^{1/2}}{a c} - E \right) \quad (\text{A7})$$

mit den unvollständigen elliptischen Integralen:

$$F = \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 - k^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \quad (\text{A8}) ; \quad E = \int_0^\theta (1 - k^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta \quad (\text{A9})$$

$$\text{wobei } \theta = \arcsin (1 - c^2/a^2)^{1/2} \text{ und } k = \frac{(a^2 - b^2)^{1/2}}{(a^2 - c^2)^{1/2}} \quad (\text{A10})$$

Man erhält aus I_1, I_3 dann $I_2 = 4\pi - I_1 - I_3$ und mit diesen I_i

$$I_{ij} = \frac{I_j - I_i}{3(a_i^2 - a_j^2)} ; \quad I_{ii} = \frac{4\pi}{3 a_i^2} - I_{ij} - I_{ik} ; \quad i \neq j, i \neq k, j \neq k \quad (\text{A11})$$

Ist $a = b > c$, also $I_1 = I_2$, dann ist I_{12} nicht mehr durch (A11) bestimmt, aber es gilt:

$$I_1 = I_2 = \frac{2\pi a^2 c}{(a^2 - c^2)^{3/2}} \left(\arccos \frac{c}{a} - \frac{c}{a} (1 - \frac{c^2}{a^2})^{1/2} \right) \quad (\text{A12})$$

$$\text{und hieraus mit } I_1 + I_2 + I_3 = 4\pi : I_3 = 4\pi - 2 I_1 \quad (\text{A13})$$

(A11) gilt noch für $I_{13} = I_{23}$; I_{12} ergibt sich aus $I_{11} = 3 I_{12}$ und (A11)

$$I_{12} = \frac{\pi}{3 a^2} - \frac{I_{13}}{4} \quad (\text{A14})$$

Die fehlenden I_{22}, I_{33} folgen nun aus (A11).

$$\text{Falls } a > b = c: I_2 = I_3 = \frac{2\pi a c^2}{(a^2 - c^2)^{3/2}} \left(\frac{a}{c} \left(\frac{a^2}{c^2} - 1 \right)^{1/2} - \cosh^{-1} \frac{a}{c} \right) \quad (\text{A15})$$

$$I_1 = 4\pi - 2 I_2 ; \quad I_{12} = I_{13} = \frac{I_3 - I_1}{3(a^2 - c^2)} \quad (\text{A16})$$

$$\text{Wieder folgt mit } I_{33} = 3 I_{32} \text{ aus (A11) } I_{32} = \frac{\pi}{3 c^2} - \frac{I_{13}}{4} \quad (\text{A17})$$

I_{11} und I_{22} ergeben sich nun wieder aus (A11).

Anhang B

Approximationsformel für den mittleren Verbundenheitsgrad

Die Berechnung von \bar{n} , der mittleren Anzahl der mit einer Inklusion verbundenen Nachbarn, erfolgt über $\bar{n} = V_1' + V_2' + \dots + V_k'$ mit V_i' = Verbundenheitswahrscheinlichkeit mit dem i -ten Nachbarn. Der gesamte Verbundenheitsgrad berechnet sich mit $V_b = 1 - (1 - V_1')(1 - V_2') \dots (1 - V_k')$. k war der letzte Nachbar in der Reichweite der nullten Inklusion. Es wird nun ein \bar{V}_b definiert mit $\bar{n} = k \bar{V}_b$, das zu einer Art mittleren Verbundenheitsgrades V_b' führt:

$$V_b' = 1 - (1 - \bar{V}_b)^k$$

k wird nun mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsdichte W_i (die die Wahrscheinlichkeit angibt, im Abstand r den Mittelpunkt des i -ten Nachbarn zu finden, (3.4.9)) abgeschätzt. W_i hat sein Maximum bei r_{\max} :

$$\frac{\partial W_i}{\partial r} (r_{\max}) = 0$$

hieraus folgt mit (3.4.9) ($\beta \approx \beta'$)

$$i = \frac{1}{3} + r_{\max}^3 \frac{\beta}{\alpha}$$

Das Maximum liegt außerhalb der Reichweite der nullten Inklusion, wenn $r_{\max} > 2$. Dies liefert eine Abschätzung für k :

$$k \approx \frac{1}{3} + 8 \frac{\beta}{\alpha}$$

Für V_b' kann man jetzt schreiben (mit Glg. 3.4.15):

$$V_b' = 1 - \left(1 - \frac{\bar{n}}{k}\right)^k = 1 - \left(1 - \frac{(5.65 + \frac{1.72}{\alpha})\beta}{\frac{1}{3} + 8 \frac{\beta}{\alpha}}\right)^{\left(\frac{1}{3} + 8 \frac{\beta}{\alpha}\right)}$$

Bessere Übereinstimmung mit dem numerisch bestimmten V_b erhält man, wenn man statt $r_{\max} = 2$, das r einsetzt, bei dem $V_r(r)$ etwa 10% erreicht (Abb. 44). Hiermit erhält man V_b mit einer Ungenauigkeit kleiner als 5% durch

$$V_b \approx V_b' = 1 - \left(1 - \frac{(5.65 + \frac{1.72}{\alpha})\beta}{\frac{1}{3} + r^3 \frac{\beta}{\alpha}}\right)^{\left(\frac{1}{3} + r^3 \frac{\beta}{\alpha}\right)}$$

mit α	$r_{10\%}$
0-0.05	1.5
0.1	1.7
0.2	1.8
0.4	1.87
0.66	1.94
1.	2.

Anhang C

Die im Gleichungssatz (3.2.13) - (3.2.20) und (3.5.3) - (3.5.8) vorkommenden Terme lauten:

$$\Theta_F(K, \mu, \nu) = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{K} \cdot \frac{1-\nu^2}{1-2\nu} \cdot \frac{1}{\alpha_F} \quad \alpha_F : \text{Querverhältnis der Filme} \quad (C1)$$

$$\Theta_{Ka}(K, \mu, \nu) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{K} \cdot \left(\frac{2(1-\nu^2)}{1-2\nu} \cdot \frac{(2+\epsilon)^2+2}{(2+\epsilon)^2-2} + \frac{1}{2} \cdot (1-2\nu) \right) \quad (C2)$$

$$\Theta_{E1}(K, \mu, \nu) = \frac{1}{K} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{3}{2}(g+\phi) - R \left(\frac{3}{2}g + \frac{5}{2}\phi - \frac{4}{3} \right) \right] \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 + \frac{3}{2}(g+\phi) - R \left(\frac{3}{2}g + \frac{5}{2}\phi \right) \right] + \frac{1}{2}(3-4R) \cdot \left[g+\phi - R(g-\phi+2\phi^2) \right] \right\}^{-1} \quad (C3)$$

wobei $\phi = \frac{\alpha_{E1}}{(1-\alpha_{E1}^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left[\arccos \alpha_{E1} - \alpha_{E1} (1 - \alpha_{E1}^2)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (C4)$

$$g = \frac{\alpha_{E1}^2}{1-\alpha_{E1}^2} \cdot (3\phi - 2) \quad (C5) \quad ; \quad R = \frac{3\mu}{3K+4\mu} \quad (C6)$$

α_{E1} = Querverhältnis der Ellipsoide, ϵ : Abb.14 oder Mavko (1980)

$$A_F(K, \mu, \nu, D) = \frac{8}{15\pi} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1-\nu}{2-\nu} \cdot \left[(2-\nu)D + 3 \right] \cdot \frac{1}{\alpha_F} \quad (C7)$$

mit $D(K, \mu) = \left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_o} \right) \cdot \frac{1}{\Theta_F(K, \mu) + \frac{1}{K_f}} \quad (C8)$

$$A_{Ka}(K, \mu, \nu) = B_{Ka}(K, \mu, \nu) + \frac{1}{15\mu} \left[\frac{2(1-\nu) \cdot ((2+\epsilon)^2+2)}{(2+\epsilon)^2-2} - 1 + 2\nu \right]$$

$$\frac{2(1-\nu) \cdot ((2+\epsilon)^2+2) - (1-2\nu) \cdot ((2+\epsilon)^2-2)}{-2(1-\nu) \cdot ((2+\epsilon)^2+2) + \mu((2+\epsilon)^2-2)} \cdot \left[\frac{1}{K} - \frac{1}{K_f} - \frac{(1-2\nu)^2}{2\mu(1+\nu)} \right] \quad (C9)$$

$$B_{Ka}(K, \mu, \nu) = \left[\frac{2}{15}(1+\nu) + \frac{2}{15}(1-\nu) \cdot \frac{(2+\epsilon)^2+2}{(2+\epsilon)^2-2} + \frac{8}{5} \left(\frac{3}{2} - \nu \right) \cdot \frac{(2+\epsilon)^2}{(2+\epsilon)^2-2} \right] \cdot \frac{1}{\mu} \quad (C10)$$

$$\begin{aligned}
 A_{E1}(K, \mu, \nu, K_f) = & \frac{1}{5\mu} \left[2 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[-\frac{1+\alpha_{E1}^2}{\alpha_{E1}^2} g + R \left(2 - \phi + \frac{1+\alpha_{E1}^2}{\alpha_{E1}^2} g \right) \right] \right\}^{-1} \right. \\
 & + \left\{ 1 - \frac{1}{4} (3\phi + g - R(g - \phi)) \right\}^{-1} + \left(\left\{ 1 - \frac{1}{4} [3\phi + g - R(g - \phi)] \right\} \right. \\
 & \cdot \left. \left\{ B\phi(3-4R) + g - R(g + \phi - \frac{4}{3}) \right\} \right. \\
 & + 2 \left\{ R(g + \phi) - g + B(1 - \phi) \cdot (3-4R) \right\} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{8} [9\phi + 3g - R(5\phi + 3g)] + \frac{1}{2} B\phi(3-4R) \right\} \\
 & \left. - 2 \left\{ B(1 - \phi)(3-4R) - 1 + \frac{3}{2}\phi + \frac{1}{2}g - \frac{1}{2}R(5\phi + g - 4) \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{2} B\phi(3-4R) + \frac{1}{2}g - \frac{1}{2}R(g - \phi) \right\} \right) \\
 & \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{4} [3\phi + g - R(g - \phi)] \right\}^{-1} \left\{ R\left(\frac{3}{2}g + \frac{5}{2}\phi\right) - \frac{3}{2}(g + \phi) + B(3-4R) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2}(3B-1) \cdot (3-4R) \cdot [g + \phi - R(g - \phi + 2\phi^2)] \right\}^{-1} \left. \right] \quad (C11)
 \end{aligned}$$

mit $B = \frac{1}{3} K_f / K$ und ϕ, g, R nach (C4, C5, C6).

Literatur

- Altmann, U., 1981: Auswertungen refraktionsseismischer Messungen des "Reykjanes Ridge Iceland Seismic Project" (RRISP 77), Diplomarbeit, Inst.f.Meteorologie und Geophysik, Frankfurt
- Anderson, D.L., 1967: Latest information from seismic observations, in: The Earth's Mantle, Hrsg. T.F.Gaskell, Academic Press, London, 355-420
- Anderson, D.L., A.Ben-Menahem, C.B.Archambeau, 1965: Attenuation of seismic energy in the upper mantle, *J.Geophys.Res.*, 70, Nr.6, 1441-1448
- Anderson, D.L., C.Sammis, 1970: Partial melting in the upper mantle, *Phys.Earth Planet.Int.*, 3, 41-50
- Anderson, D.L., B.Minster, D.Cole, 1974: The effect of oriented cracks on seismic velocities, *J.Geophys.Res.*, 79, Nr.26, 4011-4015
- Anderson, D.L., R.S.Hart, 1978: Q of the earth, *J.Geophys.Res.*, 83, B12, 5869-5882
- Anderson, D.L., J.B.Minster, 1979: The frequency dependence of Q in the earth and implications for mantle rheology and Chandler wobble, *Geophys.J.R.astr.Soc.*, 58, 431-440
- Anderson, D.L., J.W.Given, 1982: Absorption band Q model for the Earth, *J.Geophys.Res.*, 87, Nr.B5, 3893-3904
- Angenheister, G., H.Gebrende, H.Miller, P.Goldflam, W.Weigel, W.R.Jacoby, G.Pálmason, S.Björnsson, P.Einarsson, N.I.Pavlenkova, S.M.Zverev, I.V.Litvinenko, B.Loncarevic, S.C.Solomon, 1980: Reykjanes Ridge Iceland seismic experiment (RRISP 77), *J.Geophys.*, 47, 228-238
- Archambeau, C.B., E.A.Flinn, D.G.Lambert, 1969: Fine structure of the upper mantle, *J.Geophys.Res.*, 74, 5825-5865
- Arndt, N.T., 1977: The separation of magmas from partially molten peridotite, Annual report of the director geophysical laboratory, Carnegie Institution of Washington, 424-428
- Arzi, A.A., 1972: Experimental study of partial melting in natural rocks and subsequent creep under low stresses, (Abstr.), *Tans. Am.Geophys.Union*, 53, 13
- Arzi, A.A., 1974: Partial melting in rocks: Rheology, kinetics and water diffusion, Ph.D.thesis, Havard Univ., Cambridge, Mass.
- Arzi, A.A., 1978a: Fusion kinetics, water pressure, water diffusion and electrical conductivity in melting rock, interrelated, *J.Petrol.*, 19, 153-169
- Arzi, A.A., 1978b: Critical phenomena in the rheology of partially melted rocks, *Tectonophysics*, 44, 173-184
- Beblo, M., A.Björnsson, 1980: A model of electrical resistivity beneath NE-Iceland, correlation with temperature, *J.Geophys.*, 47, 184-190
- Beblo, M., A.Björnsson, K.Árnason, B.Stein, P.Wolfgram, 1983: Electrical conductivity beneath Iceland - constraints imposed by magnetotelluric results on temperature, partial melt, crust- and mantle structure., *J.Geophys.*, 53, 16-23

- Berckhemer, H., 1980: High-temperature anelasticity and elasticity of mantle peridotite -reply, *Phys. Earth Planet. Int.*, 23, 235
- Berckhemer, H., F. Auer, J. Drisler, 1979: High-temperature anelasticity and elasticity of mantle peridotite, *Phys. Earth Planet. Int.*, 20, 48-59
- Berckhemer, H., W. Kampfmann, E. Aulbach, H. Schmeling, 1982a: Shear modulus and Q of forsterite and dunite near partial melting from forced oscillation experiments, *Phys. Earth Planet. Int.*, 29, 30-41
- Berckhemer, H., W. Kampfmann, E. Aulbach, 1982b: Anelasticity and elasticity of mantle rocks near partial melting, in: *High-Pressure Researches in Geoscience*, Hrsg. W. Schreyer, E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 113-132
- Biot, M.A., 1956a: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *Journ. Acoustical Soc. Am.*, 28, 168-178
- Biot, M.A., 1956b: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range, *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 28, 179-191
- Birch, F., 1961: The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars, Part 2, *J. Geophys. Res.*, 66, 2199-2224
- Birch, F., 1969: Density and composition of the upper mantle: First approximation as an olivine layer, in: *The Earth's Crust and Upper Mantle*, Am. Geophys. Union, *Geophys. Monograph* 13, 18-36
- Bott, M.H.P., 1971: *The Interior of the Earth*, Edward Arnold, London
- Boucher, S., 1974: On the effective moduli of isotropic two-phase elastic composites, *J. Compos. Mater.*, 8, 82-89
- Brace, W.F., A.S. Orange, T.R. Madden, 1965: The effect of pressure on the electrical resistivity of water-saturated crystalline rocks, *J. Geophys. Res.*, 70, 5669-5678
- Bruner, W.M., 1976: Comment on "Seismic velocities in dry and saturated cracked solids" by Richard J. O'Connell and Bernard Budiansky, *J. Geophys. Res.*, 81, Nr. 14, 2573-2576
- Budiansky, B., 1965: On the elastic moduli of some heterogeneous materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 13, 223-227
- Budiansky, B., R.J. O'Connell, 1976: Elastic moduli of a cracked solid, *Int. J. Solids Struct.*, 12, 81-97
- Budiansky, B., R.J. O'Connell, 1980: Bulk dissipation in heterogeneous media, in: *Solid Earth Geophysics and Geotechnology*, Hrsg. S. Nemat Nasser, Am. Soc. Mech. Eng., New York, 1-10
- Bulau, J.R., H.S. Waff, J.A. Tyburczy, 1979: Mechanical and thermodynamic constraints on fluid distribution in partial melts, *J. Geophys. Res.*, 84, B11, 6102-6108
- Büsch, W., G. Schneider, K.R. Mehnert, 1974: Initial melting at grain boundaries, II: Melting in rocks of granodioritic, quartzdioritic and tonalitic composition, *N. Jb. Miner. Mh.*, 8, 345-370
- Canas, J.A., B.J. Mitchell, 1981: Rayleigh wave attenuation and its variation across the Atlantic Ocean, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 67, 159-176

- Canas, J.A., B.J. Mitchell, A.M. Correig, 1981: Q_{β}^{-1} models for the East Pacific Rise and the Nasca Plate, in: Mechanisms of Plate Tectonics and Continental Drift, Hrsg. P.A. Davies, S.K. Runcorn, Academic Press, London, 123-133
- Cara, M., 1979: Lateral variations of S-velocity in the upper mantle from higher Rayleigh modes, Geophys. J. R. astr. Soc., 57, 649-670
- Cara, M., 1981: Differential attenuation coefficients for Rayleigh waves: a new constraint on Q-models, in: Anelasticity in the Earth, Hrsg. F.D. Stacey, M.S. Paterson, A. Nicholas, Am. Geophys. Union, Washington, D.C., 23-37
- Clark, S.P., A.E. Ringwood, 1964: Density distribution and constitution of the mantle, Rev. Geophys., 2, 35-88
- Cochran, J.R., M. Talwani, 1978: Gravity anomalies, regional elevation and the deep structure of the North Atlantic, J. Geophys. Res., 83, B10, 4907-4924
- Cooper, R.F., D.L. Kohlstedt, 1982: Interfacial energies in the olivine-basalt system, in: High-pressure research in Geophysics, Hrsg. S. Akimoto, M.H. Manghnani, Advance in Earth and Planetary Science, 12, Center for Academic Publications, Tokyo
- Cox, K.G., J.D. Bell, R.J. Pankhurst, 1979: The Interpretation of Igneous Rocks, George Allen & Unwin, London
- Duba, A., J.N. Boland, A.E. Ringwood, 1973: Electrical conductivity of pyroxene, J. Geol., 81, 727-735
- Duba, A., H.C. Heard, R.N. Schock, 1974: Electrical conductivity of olivine at high pressure and under controlled oxygen fugacity, J. Geophys. Res., 79, Nr. 11, 1667-1673
- Einarsson, P., 1978: S-wave shadows in the Krafla caldera in NE-Iceland, evidence for a magma chamber in the crust, Bull. Volcanol., 41, Nr. 3, 1-9
- Ernst, W.G., 1976: Petrologic Phase Equilibria, W.H. Freeman and Comp., San Francisco
- Eshelby, J.D., 1957: The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, Proc. Royal Soc. London Sect. A, 241, 376-396
- Filloux, J.H., 1977: Ocean-floor magnetotelluric sounding over North Central Pacific, Nature, 269, 297-301
- Filloux, J.H., 1980: Magnetotelluric soundings over the north-east Pacific may reveal spatial dependence of depth and conductance of the asthenosphere, Earth Planet. Sci. Lett., 46, 244-252
- Filloux, J.H., 1981: Magnetotelluric exploration of the North Pacific: progress report and preliminary soundings near a spreading ridge, Phys. Earth Planet. Int., 25, 187-195
- Forsyth, D.W., 1975: The early structural evolution and anisotropy of the oceanic upper mantle, Geophys. J. R. astr. Soc., 43, 103-162
- Frank, F.C., 1968: Two-component flow model for convection in the earth's upper mantle, Nature, 220, 350-353
- Gassmann, F., 1951: Über die Elastizität poröser Medien, Vierteljahresschrift Naturforsch. Ges., Zürich, 96(1), 1-23

- Gebrande, H., H. Miller, P. Einarsson, 1980: Seismic structure of Iceland along RRISP-profile I, *J. Geophys.*, 47, 239-249
- Grant, F.S., G.F. West, 1965: Interpretation theory in applied Geophysics, McGraw-Hill Book Comp., New York
- Green, D.H., A.E. Ringwood, 1963: Mineral assemblages in a model mantle composition, *J. Geophys. Res.*, 68, 937-945
- Green, D.H., R.C. Liebermann, 1976: Phase equilibria and elastic properties of a pyrolite model for the oceanic upper mantle, *Tectonophysics*, 32, 61-92
- Gueguen, Y., J. Woigard, M. Darot, 1981: Attenuation mechanisms and anelasticity in the upper mantle, in: *Anelasticity in the Earth*, Hrsg. F.D. Stacey, M.S. Paterson, A. Nicholas, Am. Geophys. Union, Washington D.C., 86-94
- Haak, V., 1980: Relations between electrical conductivity and petrological parameters of the crust and upper mantle, *Geophys. Surv.*, 4, 57-69
- Haak, V., D. Damaske, 1980: Erste Ergebnisse aus den langperiodischen Magnetotellurik - Messungen in Island, *Prot. Erdmagn. Tiefenfor.*, Berlin-Lichtenrade, 61-67
- Hashin, Z., 1959: The moduli of an elastic solid containing spherical particles of another elastic material, in: *Proceedings of the International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium on Non-homogeneity in Elasticity and Plasticity*, Hrsg. W. Olszak, Pergamon Press, New York, 463
- Hashin, Z., 1962: The elastic moduli of heterogeneous materials, *J. Appl. Mech.*, 29E, 143-150
- Hashin, Z., 1968: Assessment of the self consistent scheme approximation: Conductivity of particulate composites, *J. Compos. Mater.*, 2, 284-300
- Hashin, Z., 1970: Theory of composite materials, in: *Mechanics of Composite Materials*, 5th Symposium on Naval Structural Mechanics, Hrsg. F.W. Wendt, H. Liebowitz, N. Perrone, Pergamon Press, New York, 201-242
- Hashin, Z., S. Shtrikman, 1962: A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials, *J. Appl. Phys.*, 33, 3125-3131
- Hashin, Z., S. Shtrikman, 1963: A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 11, 127-140
- Hermance, J.F., 1979: The electrical conductivity of materials containing partial melt: a simple model from Archie's Law, *Geophys. Res. Lett.*, 6, Nr. 7, 613-616
- Hermance, J.F., L.R. Grillo, 1970: Correlation of magnetotelluric, seismic, and temperature data from Southwest Iceland, *J. Geophys. Res.*, 75, Nr. 32, 6582-6591
- Hill, R., 1952: The elastic behaviour of a crystalline aggregate, *Proc. Phys. Soc. London*, Sect. A, 65, 349-354
- Hill, R., 1965: A self-consistent mechanics of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 13, 213-222

- Ito, K., 1977: Physical and chemical nature of the lithosphere and asthenosphere, especially at their boundary, in: High-pressure research, Hrsg. M.H. Manghnani, S. Akimoto, Academic Press, New York, 129-150
- Ito, K., G.C. Kennedy, 1967: Melting and phase relations in a natural peridotite to 40 kilobars, *Am. J. Sci.*, 265, 519-538
- Jackson, D.D., D.L. Anderson, 1970: Physical mechanisms of seismic-wave attenuation, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 8, 1-63
- Jacoby, W.R., A. Björnsson, D. Möller (Hrsg.), 1980: Iceland. Evolution, Active Tectonics, and Structure, *J. Geophys.*, 47, Nr. 1-3
- Jacoby, W.R., N. Girardin, 1980: The evolution of the lithosphere at the southeast flank of Reykjanes Ridge from surface wave data, *J. Geophys.*, 47, 271-277
- Johnston, D.H., M.N. Toksöz, A. Timur, 1979: Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: II. Mechanisms, *Geophysics*, 44, Nr. 4, 691-711
- Kampfmann, W., 1980: Elastische und anelastische Eigenschaften von Dunit bei hohen Temperaturen und seismischen Frequenzen, Diplomarbeit, Inst. für Meteorologie und Geophysik, Frankfurt/M
- Kê, T.S., 1947: Experimental evidence of the viscous behaviour of grain boundary in metals, *Phys. Rev.*, 71 (8), 533
- Kê, T.S., 1949: A grain boundary model and the mechanism of viscous intercrystalline slip, *J. Appl. Phys.*, 20, 274-280
- Keen, C.E., A. Fricker, M. J. Keen, L. Blinn, 1980: Reykjanes Ridge crest studied by surface waves with an earthquake-pair technique, *J. Geophys.*, 47, 265-270
- Kerner, E.H., 1956: The elastic and thermo-elastic properties of composite media, *Proc. Phys. Soc. London, Sect. B*, 69, 808-813
- Kingery, W.D., H.K. Bowen, D.R. Uhlmann, 1976: Introduction to Ceramics, John Wiley & Sons, New York (2. Auflage)
- Kirkpatrick, S., 1973: Percolation and conduction, *Rev. Mod. Phys.*, 45, 574-588
- Kjartansson, E., 1979: Attenuation due to thermal relaxation in porous rocks (abstract), Conference on seismic wave attenuation, June 25-27, 1979, Stanford Univ. Publ., Geological sciences, Vol. XVII, 68-69
- Korringa, J., Thompson, D.D., 1977: Comment on the self-consistent imbedding approximation in the theory of elasticity of porous media, *J. Geophys. Res.*, 82, Nr. 5, 933-934
- Korringa, J., R. J. S. Brown, D.D. Thompson, R. J. Runge, 1979: Self-consistent imbedding and the ellipsoidal model for porous rocks, *J. Geophys. Res.*, 84, B10, 5591-5598
- Krajew, A.P., 1957: Grundlagen der Geoelektrik, VEB Verlag Technik, Berlin
- Kristjansson, L., 1974: Geodynamics of Iceland and the North Atlantic Area, D. Reidel Publishing Comp., Dordrecht-Holland
- Kushiro, I., 1977: Phase transformation in silicate melts under upper mantle conditions, in: High-pressure Research, Hrsg. M.H. Manghnani, S. Akimoto, Academic Press, New York

- Kushiro, I., H.S. Yoder, Jr., B.O. Mysen, 1976: Viscosities of basalt and andesite melts at high pressures, *J. Geophys. Res.*, 81, Nr. 35, 6351-6356
- Kuster, G.T., M.N. Toksöz, 1974: Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: part I. Theoretical formulations, *Geophysics*, 39, 587-606
- Law, L.K., J.P. Greenhouse, 1981: Geomagnetic variation sounding of the asthenosphere beneath the Juan de Fuca Ridge, *J. Geophys. Res.*, 86, B2, 967-978
- Leeds, A.R., 1975: Lithospheric thickness in the Western Pacific, *Phys. Earth Planet. Int.*, 11, 61-64
- Love, A.E.H., 1907: *Lehrbuch der Elastizität*, B.G. Teubner Verlag, Leipzig
- Lundquist, G.M., V.C. Cormier, 1980: Constraints on the absorption band model of Q, *J. Geophys. Res.*, 85, B10, 5244-5256
- Mackenzie, J.K., 1950: The elastic constants of a solid containing spherical holes, *Proc. Phys. Soc. London, Sect. B*, 63, 2-11
- Madden, T.R., 1976: Random networks and mixing laws, *Geophysics*, 41, 1104-1125
- Marquart, G., 1983: Modellierung der Oberflächendeformationen im Gebiet des seismisch und tektonisch aktiven Krafla-Spaltenschwarms in NO-Island, Dissertation, Inst. für Meteorologie und Geophysik, Frankfurt/M
- Mase, G.E., 1970: *Theory and Problems of Continuum Mechanics*, Schaum's outline series, McGraw-Hill Book Comp., New York
- Mavko, G.M., 1980: Velocity and attenuation in partially molten rocks, *J. Geophys. Res.*, 85, B10, 5173-5189
- Mavko, G.M., A. Nur, 1975: Melt squirt in the asthenosphere, *J. Geophys. Res.*, 80, Nr. 11, 1444-1448
- Mavko, G.M., A. Nur, 1978: The effect of nonelliptical cracks on the compressibility of rocks, *J. Geophys. Res.*, 83, B9, 4459-4468
- Mavko, G.M., A. Nur, 1979: Wave attenuation in partially saturated rocks, *Geophysics*, 44, 161-178
- Mavko, G., E. Kjartansson, K. Winkler, 1979: Seismic wave attenuation in rocks, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 17, Nr. 6, 1155-1164
- Maxwell, J.C., 1883: *Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus*, Springer, Berlin
- Mehnert, K.R., W. Büsch, G. Schneider, 1973: Initial melting at grain boundaries of quartz and feldspar in gneisses and granulites, *N. Jb. Miner. Mh.*, 4, 165-183
- Minster, J.B., D.L. Anderson, 1981: A model of dislocation-controlled rheology for the mantle, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 299, A1449, 319-356
- Mitchell, B.J., G.K. Yu, 1980: Surface wave dispersion, regionalized velocity models and anisotropy of the Pacific crust and upper mantle, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 63, 497-514
- Morgan, W.J., 1971: Convection plumes in the lower mantle, *Nature*, 230, 42-43
- Müller, G., 1983: Rheological properties and velocity dispersion of a medium with power-law dependence of Q on frequency, *J. Geophys.*, in Druck

- Murase, T., I. Kushiro, T. Fujii, 1977a: Compressional wave velocity in partially molten peridotite, Annual Report of the Director Geophysical Laboratory, Carnegie Inst., Washington, 414-416
- Murase, T., I. Kushiro, T. Fujii, 1977b: Electrical conductivity of partially molten peridotite, Annual Report of the Director Geophysical Laboratory, Carnegie Inst., Washington, 416-419
- Nafe, J.E., C.L. Drake, 1963: Physical properties of marine sediments, in: The Sea, Vol.3, 794-815, Hrsg. M.N.Hill, Interscience Publishers, New York
- Nowick, A.S., B.S. Berry, 1972: Anelastic Relaxation in Crystalline Solids, Academic Press, New York, London
- Nur, A., 1971: Viscous phase in rocks and the low-velocity zone, J. Geophys. Res., 76, Nr.5, 1270-1277
- O'Connell, R.J., B. Budiansky, 1974: Seismic velocities in dry and saturated cracked solids, J. Geophys. Res., 79, Nr.35, 5412-5426
- O'Connell, R.J., B. Budiansky, 1977: Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids, J. Geophys. Res., 82, Nr.36, 5719-5735
- Oldenburg, D.W., 1981: Conductivity structure of oceanic upper mantle beneath the Pacific plate, Geophys. J. R. astr. Soc., 65, 359-394
- Padovani, E.R., 1977: Granulite xenoliths from Kilbourne Hole Maar, New Mexico, and their bearing on deep crustal evolution, Ph.D. thesis, Univ. of Texas at Dallas, Richardson
- Presnall, D.C., C.L. Simmons, H. Porath, 1972: Changes in electrical conductivity of a synthetic basalt during melting, J. Geophys. Res., 77, Nr.29, 5665-5672
- Rai, C.S., M.H. Manghnani, 1978a: Electrical conductivity of ultramafic rocks to 1820 Kelvin, Phys. Earth Planet. Int., 17, 6-13
- Rai, C.S., M.H. Manghnani, 1978b: Electrical conductivity of basalts to 1550°C, in: Proceedings of Chapman Conference on Partial Melting in the Earth's Upper Mantle, Hrsg. H.J.B. Dick, Oreg. Dep. Geol. Miner. Ind., Bull., 96, 296
- Reuss, A., 1929: Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle, Z. Angew. Math. Mech., 9, 49-58
- Ringwood, A.E., 1975: Composition and Petrology of the Earth's Mantle, McGraw-Hill Book Comp., New York
- Rink, M., J.R. Schopper, 1968: Computations of network models of porous media, Geophys. Prosp., 16, 277-294
- Sailor, R.V., A.M. Dziewonski, 1978: Measurements and interpretation of normal mode attenuation, Geophys. J. R. astr. Soc., 53, 559-581
- Schock, R.N., A.G. Duba, H.C. Heard, H.D. Stromberg, 1977: The electrical conductivity of polycrystalline olivine and pyroxene under pressure, in: High-Pressure Research, Hrsg. M.H. Manghnani, S. Akimoto, Academic Press, New York
- Schopper, J.R., 1966: A theoretical investigation on the formation factor / permeability / porosity relationship using a network model, Geophys. Prosp., 14, 301-341
- Schutzbach, W., 1976: Island, Feuerinsel am Polarkreis, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn

- Semjonow, A.S., 1948: Der Einfluß der Gesteinsstruktur auf den spezifischen Widerstand. Materialien des Unions-Forschungsinstituts für Erkundungs-Geophysik, 12. Gosgeolizdat. (in Russisch)
- Shankland, T.J., H.S. Waff, 1974: Conductivity in fluid-bearing rocks, *J. Geophys. Res.*, 79, Nr. 32, 4863-4868
- Shankland, T.J., H.S. Waff, 1977: Partial melting and electrical conductivity anomalies in the upper mantle, *J. Geophys. Res.*, 82, Nr. 33, 5409-5417
- Shankland, T.J., R.J. O'Connell, H.S. Waff, 1981: Geophysical constraints on partial melt in the upper mantle, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 19, 394-406
- Smith, C.S., 1948: Grains, phases, and interfaces: An interpretation of microstructure, *Trans. AIME*, 175, 15-51
- Smith, C.S., 1952: Microstructure, *ASM Trans. Quart.*, 45, 533-575
- Smith, C.S., 1964: Some elementary principles of polycrystalline microstructure, *Met. Rev.*, 9, 1-48
- Solomon, S.C., 1972: Seismic-wave attenuation and partial melting in the upper mantle of North America, *J. Geophys. Res.*, 77, Nr. 8, 1483-1502
- Stocker, R.L., R.B. Gordon, 1975: Velocity and internal friction in partial melts, *J. Geophys. Res.*, 80, Nr. 35, 4828-4836
- Stoll, R.D., G.M. Bryan, 1970: Wave attenuation in saturated sediments, *J. Acoust. Soc. Am.*, 47, 1440-1447
- Stolper, E., D. Walker, H.H. Bradford, J.F. Hays, 1981: Melt segregation from partially molten source regions: the importance of melt density and source region size, *J. Geophys. Res.*, 86, B7, 6261-6271
- Thayer, R.E., A. Björnsson, L. Alvarez, J.F. Hermance, 1981: Magma genesis and crustal spreading in the northern neovolcanic zone of Iceland: telluric-magnetotelluric constraints, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 65, 423-442
- Turcotte, D.L., J.L. Ahern, 1978: A porous flow model for magma migration in the asthenosphere, *J. Geophys. Res.*, 83, B2, 767-772
- Tyburczy, J.A., H.S. Waff, 1983: Electrical conductivity of molten basalt and andesite to 25 kilobars pressure: Geophysical significance and implications for charge transport and melt structure, *J. Geophys. Res.*, 88, B3, 2413-2430
- Ulug, A., 1983: Frequenzabhängigkeit von Q seismischer Raumwellen im Erdmantel, Dissertation, Inst. für Meteorologie und Geophysik, Frankfurt/M
- Vaišnys, J.R., 1968: Propagation of acoustic waves through a system undergoing phase transformations, *J. Geophys. Res.*, 73, Nr. 24, 7675-7683
- Van der Molen, I., M.S. Paterson, 1979: Experimental deformation of partially-melted granite, *Contrib. Mineral. Petrol.*, 70, 299-318
- Voigt, W., 1928: Lehrbuch der Kristallphysik, Teubner, Leipzig
- Vysotsky, V.A., S.B. Gordon, H.L. Frisch, J.M. Hammersley, 1961: Critical percolation probabilities (bond problem), *Phys. Rev.*, 123, 1566-1567

- Waff, H.S., 1974: Theoretical considerations of electrical conductivity in a partially molten mantle and implications for geothermometry, *J. Geophys. Res.*, 79, 4003-4010
- Waff, H.S., 1980: Effects of the gravitational field on liquid distribution in partial melts within the upper mantle, *J. Geophys. Res.*, 85, B4, 1815-1825
- Waff, H.S., D.F. Weill, 1975: Electrical conductivity of magmatic liquids; effects of temperature, oxygen fugacity and composition, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 28, 254-260
- Waff, H.S., J.R. Bulau, 1979: Equilibrium fluid distribution in an ultramafic partial melt under hydrostatic stress conditions, *J. Geophys. Res.*, 84, B11, 6109-6114
- Walker, D., E.M. Stolper, J.F. Hays, 1978: A numerical treatment of melt/solid segregation: Size of the eucrite parent body and stability of the terrestrial low-velocity zone, *J. Geophys. Res.*, 83, B12, 6005-6013
- Walpole, L.J., 1969: On the overall elastic moduli of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 17, 235-251
- Walsh, J.B., 1968: Attenuation in partially melted material, *J. Geophys. Res.*, 73, Nr. 6, 2209-2216
- Walsh, J.B., 1969: New analysis of attenuation in partially melted rock, *J. Geophys. Res.*, 74, Nr. 17, 4333-4337
- Walsh, J.B., 1973: Wave velocity and attenuation in rocks undergoing polymorphic transformations, *J. Geophys. Res.*, 78, Nr. 8, 1253-1261
- Walsh, J.B., M.A. Grosenbaugh, 1979: A new model for analyzing the effect of fractures on compressibility, *J. Geophys. Res.*, 84, B7, 3532-3536
- Watt, J.P., G.F. Davies, R.J. O'Connell, 1976: The elastic properties of composite materials, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 14, Nr. 4, 541-563
- Weidner, D.J., 1974: Rayleigh wave phase velocities in the Atlantic Ocean, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 36, 105-139
- White, J.E., 1965: *Seismic Waves. Radiation, Transmission, and Attenuation*, McGraw-Hill Book Comp., New York
- Woigard, J., Y. Gueguen, 1978: Elastic modulus and internal friction in enstatite, forsterite and peridotite at seismic frequencies and high temperatures, *Phys. Earth Planet. Int.*, 17, 140-146
- Wolf, H., 1978: *Lineare Systeme und Netzwerke*, Springer Verlag, Berlin
- Wu, T.T., 1966: The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material, *Intern. J. Solid Structures* 2, 1-8
- Wyllie, P.J., 1971: *The Dynamic Earth: Textbook in Geosciences*, John Wiley & Sons, New York
- Zener, C., 1941: Theory of elasticity of polycrystals with viscous grain boundaries, *Phys. Rev.*, 60, 906
- Zener, C., 1948: *Elasticity and Anelasticity of Metals*, The University of Chicago Press, Chicago

Danksagung

Herrn Prof. Dr. H. Berckhemer danke ich für die Themenstellung und die anregende und hilfreiche Betreuung dieser Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau, Dr. Gabriele Marquart, die mit ausgiebigen fachlichen Diskussionen zum Gelingen dieser Arbeit beitrug, und die mir bei der technischen Fertigstellung eine große Hilfe war.

Fachliche Gespräche mit Institutsangehörigen, von denen Dipl. Geophys. W. Kampfmann, Prof. Dr. G. Müller, Prof. Dr. W. R. Jacoby und Dr. T. Spohn genannt sein sollen, erwiesen sich als nützlich.

Diese Arbeit wurde seit 1981 im Rahmen eines Forschungsvorhabens der Deutschen Forschungsgemeinschaft unter dem Aktenzeichen: Partielle Schmelze, Be 299/59 unterstützt.

Lebenslauf

- 26.11.1954 Geboren als Sohn der Eheleute Günter und Hannelore Schmeling in Hamburg.
- 1961 - 1965 Besuch der Grundschule in Frankfurt.
- 1965 - 1973 Besuch des Gymnasiums in Frankfurt, Abschluß Abitur.
- 1973 - 1979 Studium der Geophysik an der Johann Wolfgang - Goethe Universität in Frankfurt mit Abschluß Diplom.
- 1977 - 1980 Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Meteorologie und Geophysik, Frankfurt.
- Seit 1980 Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Prof. Dr. H. Berckhemer, Anfertigung der vorliegenden Arbeit.
- 1980 Heirat mit Gabriele Marquart, Namensänderung in Harro Schmeling-Marquart.