Klassische Testtheorie (KTT)

- Die KTT stellt eine Sammlung von Methoden dar, die seit Beginn des vorigen Jahrhunderts zur exakten und ökonomischen Erfassung interindividueller Unterschiede entwickelt wurden.
- Eine systematische Zusammenfassung dieser Ansätze erfolgte 1950 von Gulliksen („Theory of mental tests").

Klassische Testtheorie (KTT)

- Wesentliche Annahme der KTT ist, dass sich die mit einem Test ermittelte Merkmalsausprägung eines Individuums aus dem „wahren Wert" dieses Individuums und einem Messfehler zusammensetzt.
- Die Methoden der KTT zielen zum großen Teil darauf ab, den Anteil dieses Messfehlers zu bestimmen, sie wird daher auch als „Messfehlertheorie" bezeichnet.

Klassische Testtheorie (KTT)

- Die KTT setzt den (messfehlerbehafteten) Messwert mit der Ausprägung des zu erfassenden psychischen Merkmals gleich.
- Ein Test wird daher als eine direkte Operationalisierung des Persönlichkeitsmerkmals betrachtet, welches er erfassen soll.
- Im Rahmen der KTT werden keine Aussagen über Zusammenhänge zwischen psychischen Merkmalen und dem Verhalten in einem Test formuliert.

Übersetzung von Testverhalten in Zahlen

Beispiel Leistungstests

- Im einfachsten Fall einen Punkt für jede gelöste Aufgabe.
- → Aufgabe gelöst = 1; nicht gelöst = 0.
- Bei komplexeren Aufgaben kann auch mehr als ein Punkt vergeben werden, z.B. 0 bis 3.
- Entscheidend für die Übersetzung von Testverhalten in Zahlen sind hier die Kriterien dafür, wann eine Aufgabe gelöst ist!

Übersetzung von Testverhalten in Zahlen

Beispiel Fragebögen

- In Fragebögen stehen dem Antwortenden typischerweise verschiedene vorgegebene Antwortalternativen zur Verfügung.
- Diese Antwortalternativen werden nach einem festen Auswertungsschlüssel in Zahlen übersetzt.

Übersetzung von Testverhalten in Zahlen

Beispiel Fragebögen

- Diese Antwortalternativen werden nach einem festen Auswertungsschlüssel in Zahlen übersetzt.

Sind gutes Benehmen und Sauberkeit wichtig für Sie?
❍ = 0 ❍ = 1
„Punkte in Psychotizismus“

Poesie beeindruckt mich wenig oder gar nicht
❍ = 4
❍ = 3
❍ = 2 *„Punkte in Offenheit für Erfahrung“*
❍ = 1
❍ = 0

Übersetzung von Testverhalten in Zahlen

- Bei Auswertungen mit Methoden der klassischen Testtheorie werden die Zahlen, in die das Testverhalten übersetzt worden ist, wie intervallskalierte Messwerte behandelt.
- Der Testwert wird i.d.R. als einfache Summe der Werte aus allen Items gebildet.

Übersetzung von Testverhalten in Zahlen

	trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	trifft eher zu	trifft zu	
1. Es gibt mir Schwung, wenn etwas so klappt wie geplant.	0	1	2	3	→ 3
2. Ich werde auch aus geringfügigen Anlässen richtig fröhlich.	0	1	2	3	→ 2
3. Wenn ich ein Ziel vor Augen habe, bin ich kaum zu halten.	0	1	2	3	→ 2
4. Auch wenn ich etwas bekomme, das ich wirklich haben wollte, freue ich mich selten.	3	2	1	0	→ 3
5. Wenn ich merke, dass ich ein persönliches Ziel erreichen kann, spornt mich das stark an.	0	1	2	3	→ 2
6. Ich bin schnell zu erfreuen.	0	1	2	3	→ 1
7. Es macht mich sehr glücklich, wenn ich ein angestrebtes Ziel erreiche.	0	1	2	3	→ 3
8. Es ist selten, dass ich mich über etwas richtig freuen kann.	3	2	1	0	→ 3
9. Wenn ich einen Erfolg in Aussicht habe, erfüllt mich das mit Energie.	0	1	2	3	→ 3
10. Auch kleine Anreize können mich stark motivieren.	0	1	2	3	→ 2

Σ = „24 Punkte Verstärker-empfänglichkeit"

Rohdatenstrukturen

- Für die statistischen Analysen auf Item- und Skalenebene werden die Testdaten in einer Rohdatenmatrix gesammelt.
- In dieser Matrix stehen die Daten der Personen in den Zeilen, die Daten für einzelne Items und andere Variablen in den Spalten.
- Diese Struktur ist auch die typische Anordnung von Rohdaten in Statistik-Programmen wie SPSS.

Rohdatenstrukturen

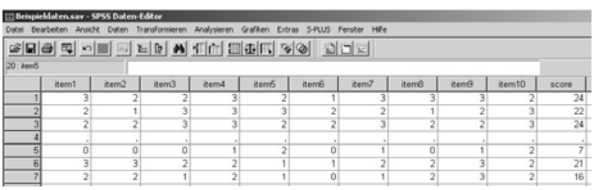
Items in den Spalten

Personen in den Zeilen

$$
\begin{bmatrix}
3 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 & 3 & 3 & 3 & 2 \\
2 & 1 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\
2 & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 3 \\
\vdots & & & & \cdots & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\
3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\
2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2
\end{bmatrix}
$$

Rohdatenstrukturen

Rohdaten in SPSS



	item1	item2	item3	item4	item5	item6	item7	item8	item9	item10	score
1	3	2	2	3	2	1	3	3	3	2	24
2	2	1	3	3	3	2	2	1	2	3	22
3	2	2	3	3	2	2	3	2	2	3	24
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	0	0	0	1	2	0	1	0	1	2	7
6	3	3	2	2	1	1	2	2	3	2	21
7	2	2	1	2	1	0	1	2	3	2	16

Axiomatik der klassischen Testtheorie

- Die KTT basiert auf einigen zentralen Grundannahmen, die mit den Methoden der KTT nicht empirisch prüfbar sind.
- Die wesentlichsten Grundannahmen sind das Existenzaxiom und das Verknüpfungsaxiom,
- zusätzlich wichtig ist die Annahme der Unkorreliertheit der Messfehler.

Axiomatik der klassischen Testtheorie: Existenzaxiom

- Es existiert ein wahrer Testwert („true score") τ_{vi} als Erwartungswert einer Messung x_{vi}:

$$E(x_{vi}) = \tau_{vi}$$

x_{vi} : Wert einer Person v im Item i eines Tests
τ_{vi}: „true Score" einer Person v im Item i eines Tests

Axiomatik der klassischen Testtheorie: Verknüpfungsaxiom

- Jede Messung x_{vi} setzt sich aus dem wahren Wert τ_{vi} und einem „zufälligen" Messfehler ε_{vi} zusammen.

$$x_{vi} = \tau_{vi} + \varepsilon_{vi}$$

x_{vi}: Wert einer Person v im Item i eines Tests
τ_{vi}: „true Score" einer Person v im Item i eines Tests
ε_{vi}: Messfehler der Messung mit Item i an Person v

Axiomatik der klassischen Testtheorie: Unkorreliertheit der Messfehler

- Die Messfehler einzelner Items und Personen sind unkorreliert:

$\rho(\varepsilon_{vi}, \varepsilon_{vj}) = 0$ → Die Messfehler der Messungen mit den Items i und j an derselben Person v sind unabhängig voneinander.

$\rho(\varepsilon_{vi}, \varepsilon_{wj}) = 0$ → Die Messfehler der Messungen mit demselben Item i an den Personen v und w sind unabhängig voneinander.

- Die Messfehler sind unkorreliert mit dem wahren Testwert:

$\rho(\tau_{vi}, \varepsilon_{vi}) = 0$ → Der Messfehler einer Messungen x_{vi} ist unabhängig von dem zugrunde liegenden wahren Wert τ_{vi}.

Axiomatik der klassischen Testtheorie

- Aus der Kombination von Existenz- und Verknüpfungsaxiom und der Unkorreliertheit der Fehler ergibt sich, dass der Erwartungswert des Fehlers gleich null ist:

$$E(x_{vi}) = \tau_{vi}$$

$$x_{vi} = \tau_{vi} + \varepsilon_{vi}$$

$$E(\varepsilon_{vi}) = 0$$

Axiomatik der klassischen Testtheorie: Bildung des Gesamt-Testwertes

- Der Erwartungswert des Testwertes einer Person x_v (Summe mehrerer Items eines Tests) ist der Wahre Testwert τ_v (Summe der wahren Werte der Items).

Axiomatik der klassischen Testtheorie: Bildung des Gesamt-Testwertes

$$E(x_v) = E\left(\sum_{i=1}^{m} x_{vi}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{m} E(x_{vi})$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \tau_{vi} = \tau_v$$

Klassische Testtheorie (KTT)

- Wesentliche Annahme der KTT ist, dass sich die mit einem Test ermittelte Merkmalsausprägung eines Individuums aus dem „wahren Wert“ dieses Individuums und einem Messfehler zusammensetzt.
- Die Methoden der KTT zielen zum großen Teil darauf ab, den Anteil dieses Messfehlers zu bestimmen, sie wird daher auch als „Messfehlertheorie“ bezeichnet.

Varianzzerlegung

- Für den einzelnen Fall liegt nur die beobachtete Messung x_v vor, der individuelle wahre Wert τ_v und der Fehleranteil der Messung ε lassen sich nicht bestimmen.
- Für eine Stichprobe von Messungen lässt sich jedoch die Varianz der Messwerte (z.B. der Punkte in einem Test) sich zerlegen in „wahre“ Varianz und Fehlervarianz.

Varianzzerlegung

- Grundsätzlich gilt: die Varianz einer Summe ist gleich der Summe aller Elemente der Kovarianzmatrix der Summanden. z.B.

$$\sigma^2(x+y+z) =$$

$$\sum \begin{pmatrix} \sigma^2(x) & \sigma(x,y) & \sigma(x,z) \\ \sigma(x,y) & \sigma^2(y) & \sigma(z,y) \\ \sigma(x,z) & \sigma(z,y) & \sigma^2(z) \end{pmatrix} =$$

$$\sigma^2(x)+\sigma^2(y)+\sigma^2(z)+2\sigma(x,y)+2\sigma(x,z)+2\sigma(z,y)$$

Varianzzerlegung

- Grundsätzlich gilt: die Varianz einer Summe ist gleich der Summe aller Elemente der Kovarianzmatrix der Summanden.
  z.B. für drei Summanden x, y, z:

$$\sigma^2(x+y+z)=$$

$$\sum\begin{bmatrix}\sigma^2(x) & \sigma(x,y) & \sigma(x,z)\\ \sigma(x,y) & \sigma^2(y) & \sigma(z,y)\\ \sigma(x,z) & \sigma(z,y) & \sigma^2(z)\end{bmatrix}=$$

$$\sigma^2(x)+\sigma^2(y)+\sigma^2(z)+2\sigma(x,y)+2\sigma(x,z)+2\sigma(z,y)$$

Varianzzerlegung

- Für zwei Summanden:

$$\sigma^2(x+y)=$$

$$\sum\begin{bmatrix}\sigma^2(x) & \sigma(x,y)\\ \sigma(x,y) & \sigma^2(y)\end{bmatrix}=$$

$$\sigma^2(x)+\sigma^2(y)+2\sigma(x,y)$$

Varianzzerlegung

Verknüpfungsaxiom:

- Jede Messung x_{vi} setzt sich aus dem wahren Wert τ_{vi} und einem „zufälligen“ Messfehler ε_{vi} zusammen.

$$x_v = \tau_v + \varepsilon_v$$

- Varianz der Summe zweier Summanden:

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon) + 2\sigma(\tau,\varepsilon)$$

Varianzzerlegung

Unkorreliertheit der Messfehler:

- Der Messfehler einer Messungen x_{vi} ist unabhängig von dem zugrunde liegenden wahren Wert τ_{vi}.

$$\rho(\tau,\varepsilon) = 0 \rightarrow$$
$$\sigma(\tau,\varepsilon) = 0$$

Varianzzerlegung

- Varianz der beobachteten Werte x_v:

$$\begin{aligned}\sigma^2(x) &= \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon) + 2\sigma(\tau,\varepsilon)\\ &= \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon) + 0\\ &= \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon)\end{aligned}$$

Varianzzerlegung

- Die Varianz der beobachteten Testwerte x_v: setzt sich zusammen aus zerlegen wahrer Varianz und Fehlervarianz:

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon)$$

Varianzzerlegung und Definition der Reliabilität

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon)$$

- Die Reliabilität (Messgenauigkeit) eines Test ist definiert als der Anteil der beobachteten Varianz in den Testwerten, der auf Variation in den wahren Testwerten der Testpersonen zurückgeht:

$$\mathrm{Rel} = \frac{\sigma^2(\tau)}{\sigma^2(x)} = \frac{\sigma^2(x) - \sigma^2(\varepsilon)}{\sigma^2(x)}$$

Varianzzerlegung und Definition der Reliabilität

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(\tau) + \sigma^2(\varepsilon)$$

- Für $\sigma^2(x) = \sigma^2(\tau)$:

$$\mathrm{Rel} = \frac{\sigma^2(\tau)}{\sigma^2(x)} = \frac{\sigma^2(\tau)}{\sigma^2(\tau)} = 1$$

„Der Test misst völlig fehlerfrei.“

„Der Test misst gar nichts.“

- Für $\sigma^2(x) = \sigma^2(\varepsilon)$:

$$\sigma^2(\tau) = \sigma^2(x) - \sigma^2(\varepsilon) = 0 \rightarrow \mathrm{Rel} = \frac{0}{\sigma^2(x)} = 0$$